

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ چون تبدی جسم کاهش یافته است، لذا انرژی جنبشی آن نیز کاهش می‌یابد.

$$\Delta K = -\frac{V}{16}K_1 \Rightarrow K_2 - K_1 = -\frac{V}{16}K_1 \Rightarrow K_2 = K_1 - \frac{V}{16}K_1$$

$$\Rightarrow K_2 = \frac{9}{16}K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{9}{16} \times \left(\frac{1}{2}mv_1^2\right) \Rightarrow v_2^2 = \frac{9}{16}v_1^2 \Rightarrow v_2 = \frac{3}{4}v_1$$

$$\frac{v_2 = v_1 - 3(m/s)}{\quad} \rightarrow v_1 - 3 = \frac{3}{4}v_1 \Rightarrow 4v_1 - 12 = 3v_1 \Rightarrow v_1 = 12m/s$$

۲ - گزینه ۲ با توجه به رابطه‌ی انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_1 + \frac{5}{4}K_1}{K_1} = \left(\frac{v_1 + 5}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{v_1 + 5}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{v_1 + 5}{v_1} \Rightarrow 3v_1 = 2v_1 + 10 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

۳ - گزینه ۴ باتوجه به رابطه‌ی $K = \frac{1}{2}mV^2$ برای مقایسه‌ی دو حالت داریم:

میزان افزایش انرژی جنبشی

$$V_1 = V, V_2 = V + 5, K_2 = K_1 + \frac{44}{100}K_1 = 1,44K_1$$

$$K = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow 1,44 = \left(\frac{V+5}{V}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1,2 = \frac{V+5}{V} \Rightarrow 1,2V = V+5 \Rightarrow 0,2V \Rightarrow V = 25 \frac{m}{s}$$

۴ - گزینه ۱ درصد کاهش یا افزایش کمیتی مانند x را به فرم زیر محاسبه می‌نمایند:

$$\frac{x_2 - x_1}{x_1} \times 100$$

بنابراین:

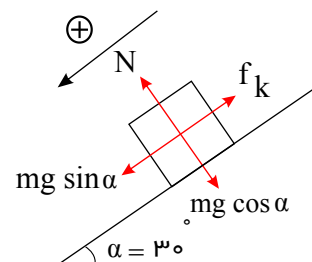
$$\frac{m_2 - m_1}{m_1} \times 100 = -40 \rightarrow m_2 = 0,6m_1$$

$$\frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100 = +50 \rightarrow V_2 = 1,5V_1$$

$$\frac{K_2 - K_1}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}m_2V_2^2 - \frac{1}{2}m_1V_1^2}{\frac{1}{2}m_1V_1^2} = \frac{\frac{1}{2}[(0,6m_1)(1,5V_1)^2 - m_1V_1^2]}{\frac{1}{2}m_1V_1^2} = 0,6 \times (1,5)^2 - 1$$

$$\rightarrow \frac{\Delta K}{K_1} = 1,35 - 1 = +0,35 \rightarrow \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = +35\%$$

۵ - گزینه ۴



$$\sum F = ma \Rightarrow mgsin\alpha - f_k = 0 \Rightarrow f_k = mgsin\alpha$$

$$W_{f_k} = f_k \cdot d \cdot \cos 180 = mgsin\alpha \cdot d \cdot \cos 180$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = (2 \times 10 \times \frac{1}{2}) \times 2 \times (-1) = -20J$$

۶ - گزینه ۳ برای حل این تیپ تست‌ها، باید فرض کرد که دو نیروی $F_1 = 6N$ و $F_2 = 8N$ به‌ترتیب در دو راستای x و y داریم و دو راستای جابه‌جایی داریم و سپس کار هر یک از نیروها را در هر راستایی محاسبه کرده و در آخر با هم جمع می‌کنیم:

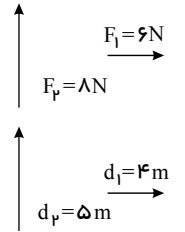


$$W_{F_1} = F_1 \cdot d_1 \cdot \cos \theta_1 = 6 \times 4 \times \cos 0 = 24 J$$

$$W'_{F_1} = F_1 \cdot d_1 \cdot \cos \theta'_1 = 6 \times 5 \times \cos 90^\circ = 0$$

$$W_{F_2} = F_2 \cdot d_2 \cdot \cos \theta_2 = 8 \times 5 \times \cos 0 = 40 J$$

$$W'_{F_2} = F_2 \cdot d_1 \cdot \cos \theta'_2 = 8 \times 4 \times \cos 90^\circ = 0 J$$



$$W_t = W_{F_1} + W'_{F_1} + W_{F_2} + W'_{F_2} = 24 + 0 + 40 + 0 = 64 J$$

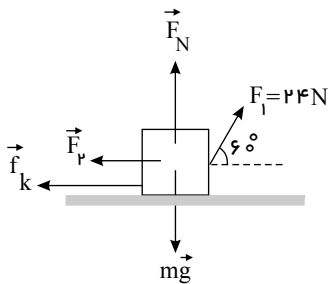
نکته: در سال دوازدهم خواهید خواند که کار حاصل از نیروی $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$ در جابه‌جایی $d = d_x \vec{i} + d_y \vec{j}$ از رابطه ضرب عددی (داخلی) به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$W = F_x d_x + F_y d_y$$

۷ - گزینه ۳ می‌دانیم که کار انجام شده روی یک جسم تنها ناشی از مؤلفه‌ای از نیرو است که در راستای جابه‌جایی آن جسم است. از آنجایی که جابه‌جایی این جسم در راستای قائم است، کار انجام شده برابر است با:

$$W = 40 \times 0.6 = 24 J$$

۸ - گزینه ۴ ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.



کار نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه در جابه‌جایی افقی جسم صفر است، پس داریم:

$$W_T = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{f_k}$$

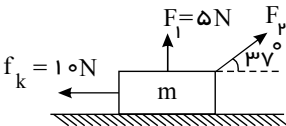
از طرفی $W_{f_k} = -0.2(W_{F_1} + W_{F_2})$ (چون کار نیروی اصطکاک منفی است).

$$\Rightarrow W_T = W_{F_1} + W_{F_2} - 0.2(W_{F_1} + W_{F_2}) \Rightarrow W_t = 0.8(W_{F_1} + W_{F_2})$$

$$W_T = 0.8 \times (F_1 d \cos 60^\circ + F_2 d \cos 180^\circ)$$

$$W_T = 0.8 \times (24 \times 10 \times \frac{1}{2} - 8 \times 10) \Rightarrow W_t = 24 J$$

۹ - گزینه ۲ روش اول: کار انجام شده توسط هر نیرو را جداگانه محاسبه می‌کنیم:



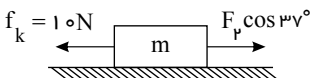
$$W_{F_1} = F_1 d \cos 90^\circ \Rightarrow W_{F_1} = 0$$

$$W_{F_2} = F_2 d \cos 37^\circ = F_2 \times 5 \times \frac{4}{5} = 4F_2 (J)$$

$$W_{f_K} = f_K d \cos 180^\circ = 10 \times 5 \times (-1) = -50 (J)$$

$$W_t = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{f_K} \Rightarrow 110 = 0 + 4F_2 - 50 \Rightarrow F_2 = 40 N$$

روش دوم: کار کل نیروها از رابطه به دست می‌آید که منظور از F_t برآیند نیروها در راستای جابه‌جایی است.



$$W_t = F_t d \Rightarrow 110 = (\frac{4}{5}F_2 - 10) \times 5 \Rightarrow \frac{4}{5}F_2 - 10 = 22 \Rightarrow F_2 = 40 N$$

۱۰ - گزینه ۴

$$d = v \cdot t = 5 \times 4 = 20 m$$

$$\Rightarrow a = 0 \text{ (تندی ثابت)}$$

$$F_T = ma \Rightarrow F - f = 0 \Rightarrow F = f = 10 N$$



$$W_F = Fd \cos \theta = 10 \times 20 \times \cos 0^\circ = 200 J$$

۱۱ - گزینه ۳ به این جسم شش نیروی F_1 ، F_2 ، F_3 ، F_4 ، وزن و عمودی سطح اعمال می شود، بنابراین برای محاسبه کار کل انجام شده روی جسم باید کار تک تک نیروها را محاسبه کنیم، البته می دانیم نیروهای F_3 ، وزن و عمودی سطح بر جابه جایی عمودند پس کاری روی جسم انجام نمی دهند:

$$W_{F_1} = Fd \Rightarrow W_{F_1} = Fd$$

$$W_{F_2} = (F_2 \cos 60^\circ) d = 2F \times \frac{1}{2} \times d = Fd$$

$$W_{F_4} = (F_4 \cos 180^\circ) d = \frac{F}{2} \times -1 \times d = -\frac{Fd}{2}$$

$$W_{F_3} = W_{mg} = W_{F_N} = 0$$

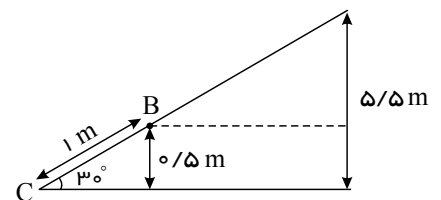
پس کار کل برابر است با:

$$W_t = Fd + Fd - \frac{Fd}{2} + 0 + 0 + 0 = \frac{3}{2}Fd$$

بنابراین نسبت کار کل به کار نیروی F_1 برابر است با:

$$\frac{W_t}{W_{F_1}} = \frac{\frac{3}{2}Fd}{Fd} = \frac{3}{2}$$

۱۲ - گزینه ۳



طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} + W_{\text{فنر}} = K_B - K_A$$

$$\Rightarrow mgh + W_{f_k} + W_{\text{فنر}} = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 2 \times 10 \times 5 - 16 - 20 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_B^2 \Rightarrow v_B = 8 \text{ m/s}$$

۱۳ - گزینه ۳ قضیه کار - انرژی جنبشی را برای پس از حذف $\vec{F}$ تا زمانی که جسم متوقف شود می نویسیم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow F_t d = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\xrightarrow{v_2=0} F_t \times \frac{20}{3} = 0 - \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 \Rightarrow F_t = -75 \text{ N}$$

پس از حذف $\vec{F}$ تنها نیرویی که به جسم وارد می شود نیروی اصطکاک است بنابراین: $f_k = 75 \text{ N}$

در قسمت اول مسیر (قبل از حذف $\vec{F}$) قضیه کار - انرژی جنبشی را یک بار دیگر می نویسیم:

$$W_t' = K_2' - K_1' \Rightarrow F_t' d' = \frac{1}{2}mv_2'^2 - \frac{1}{2}mv_1'^2$$

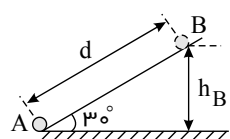
$$F_t' = F - f_k = 200 - 75 = 125 \text{ N}$$

از طرفی:

$$\xrightarrow{v_1'=0} 125 d' = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 - 0 \Rightarrow d' = \frac{500}{125} = 4 \text{ m}$$

۱۴ - گزینه ۲

در هنگام بالا رفتن و یا پایین آمدن گلوله، نیروی وزن و نیروهای مقاوم (اصطکاک و مقاومت هوا) بر روی گلوله کار انجام می دهند. با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی، اگر از قضیه کار - انرژی جنبشی هنگام بالا رفتن لوله و پایین آمدن آن روی سطح شیبدار استفاده کنیم، داریم:



$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاوم}} = K_B - K_{1A} \Rightarrow -\Delta U + W_{\text{مقاوم}} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_{1A}^2$$



$$\xrightarrow{v_B=0} -mgh_B + W_{\text{مقاوم } 1} = -\frac{1}{2}mv_{1A}^2 = -\frac{1}{2}m \times 3^2 = -\frac{9}{2}m \quad (1)$$

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاوم } 2} = K_{2A} - K_B \Rightarrow -\Delta U + W_{\text{مقاوم } 2} = \frac{1}{2}mv_{2A}^2 - \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\xrightarrow{v_B=0} -mg(0 - h_B) + W_{\text{مقاوم } 2} = \frac{1}{2}mv_{2A}^2 = \frac{1}{2}m \times (\sqrt{3})^2 = \frac{3}{2}m \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \begin{cases} -mgh_B + W_{\text{مقاوم } 1} = -\frac{9}{2}m \\ mgh_B + W_{\text{مقاوم } 2} = \frac{3}{2}m \\ W_{\text{مقاوم } 1} = W_{\text{مقاوم } 2} = W_{\text{مقاوم}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -mgh_B + W_{\text{مقاوم}} = -\frac{9}{2}m \\ mgh_B + W_{\text{مقاوم}} = \frac{3}{2}m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mgh_B = 3m \\ W_{\text{مقاوم}} = -\frac{3}{2}m \end{cases}$$

بنابراین:

$$mgh_B = 3m \xrightarrow{\text{حذف } m \text{ از طرفین}} gh_B = 3 \Rightarrow 10h_B = 3 \Rightarrow h_B = 0.3m$$

از طرفی:

$$\sin 30^\circ = \frac{h_B}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{0.3}{d} \Rightarrow d = 0.6m$$

۱۵ - گزینه ۱ انرژی مکانیکی دو جسم A ، B را می‌یابیم:

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 6^2 = 18J$$

$$E_B = K_B + U_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 + 1 \times 10 \times (2 \sin 37^\circ)$$

$$= 2 + 10 \times 1.2 = 14J \Rightarrow \Delta E = E_B - K_A = 14 - 18 = -4J$$

بنابراین انرژی مکانیکی در این جابه‌جایی ۴ جی کاهش یافته است.

دقت: کاهش انرژی مکانیکی، برابر کار نیروی اصطکاک در طی حرکت است.

۱۶ - گزینه ۴ اگر قضیه کار-انرژی جنبشی را بین دو نقطه A و C بنویسیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{fk} = K_C - K_A$$

$$\Rightarrow -mgh - f_k d = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow -2 \times 10 \times 3.3 - 5 \times 6 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_C^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 144$$

$$\Rightarrow v_C^2 = -66 - 30 + 144 = 48 \Rightarrow v_C = 4\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

توجه کنید که W_{mg} ، کار نیروی وزن از نقطه A تا نقطه C است و بنابراین $h = 3.3m$ است. همچنین d برابر با طول سطح شیب‌دار ($\frac{3}{\sin 30^\circ} = 6m$) است.

۱۷ - گزینه ۱ چون مبدأ پتانسیل گرانشی نقطه A در نظر گرفته شده و نقطه B پایین‌تر از آن قرار دارد، بنابراین:

$$U_B = mgh_B = m \times 10 \times (-4) = -40m(J)$$

از طرفی طبق قضیه کار-انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = K_B - K_A = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(16 - 36) = -10m(J)$$

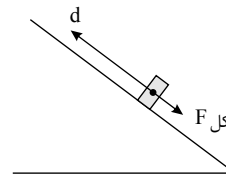
$$\Rightarrow \frac{W_t}{U_B} = \frac{-10m}{-40m} = \frac{1}{4}$$

۱۸ - گزینه ۱ قدم اول: سرعت جسم کاهش یافته بنابراین می‌دانیم که نیروی خالص (برآیند نیروها) در خلاف جهت جسم خواهد بود.

قدم دوم: قضیه کار-انرژی:

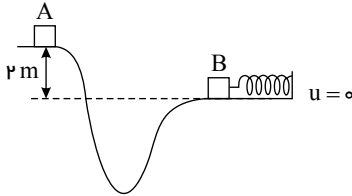
$$W_t = F_{\text{کل}} \times d \times \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1} = \Delta K \Rightarrow (-F_{\text{کل}} \times 4) = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

کار و انرژی



$$-4F = \frac{1}{2} \times 2 \times \underbrace{(4^2 - 6^2)}_{-20} = -20 \rightarrow -4F_{\text{کل}} = -20 \rightarrow \boxed{F_{\text{کل}} = 5N} \Rightarrow$$

۱۹ - گزینه ۲



روش اول: طبق قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم: $E_B - E_A = W_{fk}$
اگر نقطه B را محل مبدأ پتانسیل فرض کنیم: $h_A = 2m, h_B = 0$

$$\frac{1}{2}mv^2 + U_{\text{فقر}} - \left(\frac{1}{2}mv^2 + mgh\right) = -15J$$

$$(16 + U_{\text{فقر}}) - (25 + 40) = -15 \rightarrow U_{\text{فقر}} = 34J$$

روش دوم: به کمک قضیه کار و انرژی داریم:

$$W_{\text{کل}} = \Delta k$$

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{اتلاف}} + W_{\text{فقر}} = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \rightarrow +2 \times 10 \times 2 + (-15) + W_{\text{فقر}} = \frac{1}{2} \times 2 \times (4^2 - 5^2)$$

$$W_{\text{فقر}} = -34J$$

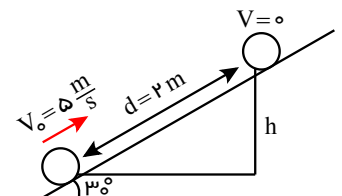
و از آنجایی که

$$\Delta U_{\text{فقر}} = -W_{\text{فقر}} = +34J$$

۲۰ - گزینه ۳ با استفاده از قضیه کار و انرژی می توان نوشت

$$W_R = K_2 - K_1$$

$$W_{fk} + W_{mg} = \cancel{K_2} - K_1$$



دو نیروی وزن و اصطکاک تا بالا رفتن جسم کار انجام می دهند و جسم تا نقطه ای که سرعتش صفر شود بالا می رود.
کار نیروی وزن در بالا رفتن مخالف حرکت است و چون پایستار است.

$$W_{mg} = -mgh$$

$$h = d \sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1m$$

$$W_{fk} - mgh = -\frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow W_{fk} - 2 \times 10 \times 1 = -\frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 \Rightarrow W_{fk} = -5J$$

در برگشت نیز کار نیروی اصطکاک منفی است و برابر کار هنگام بالا رفتن است.

$$W_{fk} = 2 \times -5 = -10J \text{ در رفت و برگشت}$$

۲۱ - گزینه ۳

$$W_t = K_B - \cancel{K_A} \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} \times 4 \times (\sqrt{40})^2$$

$$mg|\Delta h| + W_f = 80 \Rightarrow 40 \times (10 - 4) + W_f = 80 \Rightarrow W_f = -160J$$

$$W_f = fd \cos 180^\circ \Rightarrow -160 = 5 \times d \times (-1) \Rightarrow d = 32m$$

(d طول مسیر است.)

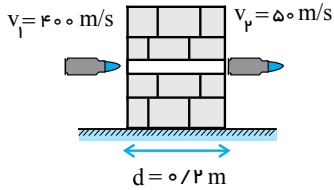
۲۲ - گزینه ۱ با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی، کار برآیند نیروهای وارد بر اتومبیل برابر با تغییرات انرژی جنبشی اتومبیل است. بنابراین داریم:



$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow{v_i = 50 \frac{m}{s}, v_f = 10 \frac{m}{s}} W_t = \frac{1}{2} \times 1000 \times (10^2 - 50^2)$$

$$\Rightarrow W_t = -120000 J = -1200 kJ \Rightarrow |W_t| = 1200 kJ$$

۲۳ - گزینه ۳



تنها نیرویی که باعث کاهش تندی گلوله می‌شود، نیروی وارد از طرف دیوار بر گلوله است. با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

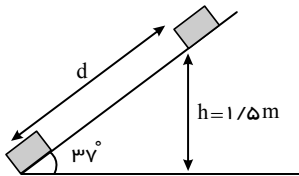
$$W_t = \Delta K = K_f - K_i \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow{m = 40g = 40 \times 10^{-3} kg, v_i = 400 \frac{m}{s}, v_f = 50 \frac{m}{s}} W_t = \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-3} \times ((50)^2 - (400)^2)$$

$$\Rightarrow W_t = 2 \times 10^{-2} \times (2500 - 16 \times 10^4) = 2 \times 10^{-2} \times (-157500) = -3150 J$$

حال برای به دست آوردن نیروی متوسط دیوار با استفاده از تعریف کار نیروی ثابت داریم:

$$W_t = f d \cos \theta \xrightarrow{d = 20 cm = 0.2 m, \theta = 18^\circ} -3150 = f \times 0.2 \times (-1) \Rightarrow f = 15750 N$$

۲۴ - گزینه ۲



اگر قضیه کار - انرژی جنبشی را در مسیر پایین آمدن جسم از سطح شیب‌دار بنویسیم، داریم:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \Rightarrow mgh + f_k d \cos 18^\circ = \frac{1}{2} m v_f^2 - 0$$

$$d = \frac{h}{\sin 37^\circ} = \frac{1.5}{0.6} = 2.5 m$$

$$\xrightarrow{f_k = \frac{1}{5} mg} m \times 10 \times 1.5 + \frac{1}{5} \times m \times 10 \times 2.5 \times (-1) = \frac{1}{2} m \times v_f^2 \Rightarrow v_f = 2 \sqrt{5} \frac{m}{s}$$

۲۵ - گزینه ۱ با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_F = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \Rightarrow W_F = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-3} \times (50^2 - 100^2)$$

$$\Rightarrow W_F = -375 J$$

در حین حرکت گلوله درون جسم، جسم برای نگه داشتن گلوله نیرویی خلاف جهت حرکت گلوله به آن وارد می‌کند، پس داریم:

$$W_F = (\bar{F} \cos 18^\circ) d \Rightarrow -375 = (\bar{F} \times (-1)) \times 0.1 \Rightarrow \bar{F} = 375 N$$

نکته: نیروی وزن بر جابه‌جایی عمود است، پس کاری روی جسم انجام نمی‌دهد.

۲۶ - گزینه ۴ سطح زمین را به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{f_{BC}} = K_C - K_A = 0 - 0 = 0 \quad (1)$$

از طرفی:

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -mg(\Delta h) = -2 \times 10 \times (0 - 1.5) \Rightarrow W_{\text{وزن}} = 30 J$$

$$\xrightarrow{(1)} W_{f_{BC}} = -W_{\text{وزن}} = -30 J$$

حالا اندازه نیروی اصطکاک را می‌یابیم:

$$W_{f_{BC}} = f_{BC} d_{BC} \cos \theta \Rightarrow -30 = f_{BC} \times 4 \times \cos(18^\circ) \Rightarrow f = 7.5 N$$

۲۷ - گزینه ۳

$$W_f = K_C - \cancel{K_A}$$

$$W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} \times 0.8 \times 5^2 \xrightarrow{*} +mg|\Delta h| - 22 = 10$$

* اصطکاک همیشه منفی است.



$$۸ \times |\Delta h| = ۳۲ \Rightarrow |\Delta h| = ۴ \Rightarrow h_A - ۲ = ۴ \Rightarrow h_A = ۶m$$

۲۸ - گزینه ۱

$$W_t = K_C - K_A \Rightarrow W_{mg} + W_f = 0$$

$$\Rightarrow mg|\Delta h| + f d_{BC} \cos ۱۸۰^\circ = 0 \Rightarrow \frac{۲}{۱۰} \times ۱۰ \times ۱ + ۵ \times d_{BC} \times (-1) = 0$$

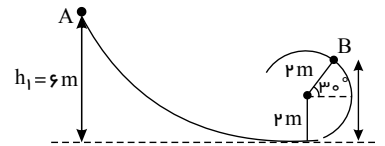
$$\Rightarrow d_{BC} = \frac{۲}{۵} = ۰,۴m$$

۲۹ - گزینه ۴ کار نیروی وزن به تغییر ارتفاع که در هر سه مسیر یکسان است بستگی دارد. بنابراین: $W_{mg1} = W_{mg2} = W_{mg3}$

چون اندازه نیروی مقاومت هوا در هر سه مسیر برابر است و طول مسیر (۱) از (۲) و طول مسیر (۲) از (۳) بیش تر است کار نیروی اصطکاک در مسیر (۱) بیش تر از (۲) و در مسیر (۲) بیش تر از (۳) است. بنابراین انرژی جنبشی در انتهای مسیر (۳) بیش تر از (۲) و در (۲) بیش تر از (۱) است.

۳۰ - گزینه ۳ کار نیروی وزن در یک جابه جایی معین برابر با قرینه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است و مستقل از مسیر حرکت است.

$$h_2 = ۲ + ۲ \sin ۳۰^\circ = ۲ + ۲ \times \frac{1}{2} = ۳m$$



$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -(mgh_2 - mgh_1) = mg(h_1 - h_2) = ۴ \times ۱۰ \times (۶ - ۳) = ۱۲۰ J$$

۳۱ - گزینه ۴ چون جسم به طرف پایین جابه جا شده کار نیروی وزن مثبت است و از رابطه $W_{mg} = +mgh$ به دست می آید:

$$W_{mg} = +mgh \xrightarrow{m=۲kg, h=۵m} W_{mg} = ۲ \times ۱۰ \times ۵ = ۱۰۰ J$$

۳۲ - گزینه ۲

به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_t = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow W_{mg} + W_{\text{فنر}} = K_2 - K_1 \Rightarrow -mg\Delta h + W_{\text{فنر}} = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow -(۰,۲) \times ۱۰ \times (-۰,۶) + W_{\text{فنر}} = \frac{1}{2} \times ۰,۲ \times ۹$$

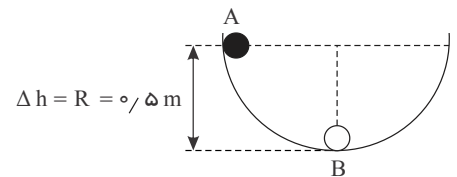
$$\Rightarrow W_{\text{فنر}} = ۰,۹ - ۱,۲ = -۰,۳ J$$

۳۳ - گزینه ۲ به جسم دو نیروی وزن و عمودی سطح وارد می شود، نیروی عمودی سطح بر سطح مسیر دایره ای (جابه جایی) عمود است، بنابراین کار این نیرو در این جابه جایی صفر است و فقط کار نیروی وزن روی جسم انجام می شود، پس داریم:

$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_{\text{عمودی سطح}} \Rightarrow W_t = W_{\text{وزن}} + 0$$

همچنین می دانیم کار نیروی وزن برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است، پس:

$$W_t = -\Delta U = -mg\Delta h = -۲ \times ۱۰ \times (-۰,۵m) = ۱۰ J$$



۳۴ - گزینه ۱ چون نقطه B به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی انتخاب شده پس ارتفاع نقطه A از مبدأ برابر با $h_A = ۲,۵h - h = ۱,۵h$ و ارتفاع نقطه C معادل $h_C = ۱,۵h - h = ۰,۵h$ خواهد بود. بنابراین:

$$\frac{U_A}{U_C} = \frac{mgh_A}{mgh_C} = \frac{h_A}{h_C} = \frac{۱,۵h}{۰,۵h} = ۳ \Rightarrow U_A = ۳U_C$$

از طرفی طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_t = K_C - K_A$$

$$\Rightarrow K_C - K_A = ۸۰ \frac{K_A = ۰,۱U_A}{K_C = ۰,۷U_C} \Rightarrow ۰,۷U_C - ۰,۱U_A = ۸۰ \Rightarrow ۷U_C - U_A = ۸۰۰$$

$$\xrightarrow{U_A = ۳U_C} ۷U_C - ۳U_C = ۸۰۰ \Rightarrow U_C = ۲۰۰ J$$

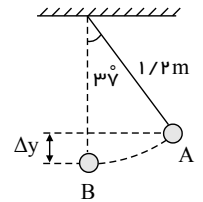
۳۵ - گزینه ۱ ابتدا کار نیروی وزن را در این جابه جایی به دست می آوریم:

کار و انرژی



$$\Delta y = l \cos \theta - l = l(\cos \theta - 1) = 1,2 \times (0,8 - 1) = 0,24m$$

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -mg\Delta y = -2 \times 10 \times (-0,24) = 4,8J$$



نیروی کشش نخ، در راستای شعاع دایره است و همواره بر مسیر حرکت گلوله عمود می‌باشد. با توجه به رابطه $W = Fd \cos \theta$ و زاویه قائمه بین جابه‌جایی گلوله و نیروی نخ، کار نیروی کشش نخ در این جابه‌جایی برابر صفر است. بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta K$$

$$W_{\text{وزن}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow 4,8 = \frac{1}{2} \times 2 \times (v_2^2) \Rightarrow v_2 = \sqrt{4,8} = 0,4\sqrt{30} m/s$$

۳۶ - گزینه ۳ بنابر قضیه‌ی کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{کشسانی}} = 0 - 0 \Rightarrow -mg\Delta h = -\Delta U_{\text{کشسانی}} = 0 \Rightarrow$$

$$-m \times 10 \times (-1,2m) = \Delta U_{\text{کشسانی}} \Rightarrow 12m = 36 \Rightarrow m = 3kg$$

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} = -mg\Delta h$$

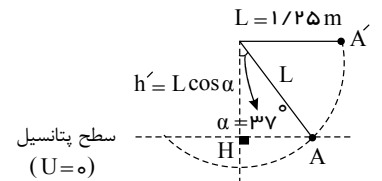
$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}}$$

نکته ۱: کار نیروی وزن برابر با کشسانی منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

نکته ۲: کار نیروی فنر برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم - فنر است.

نکته ۳: حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی وقتی در فنر ذخیره می‌شود که تندی جسم به صفر برسد.

۳۷ - گزینه ۲ با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی $E_A = E_{A'}$ و از طرفی دیگر اگر کم‌ترین سرعت گلوله در نقطه‌ی A را بخواهیم به گونه‌ای که گلوله به نقطه‌ی A' برسد باید سرعت در نقطه‌ی A' برابر صفر شود.



$$E_A = E_{A'} \Rightarrow K_A + U_A = K_{A'} + U_{A'}$$

$$2 \times \left(\frac{1}{2} m v_A^2 + 0 = 0 + mgh' \right)$$

$$v_A^2 = 2gh' \xrightarrow{h'=L \cos 37^\circ} v_A = \sqrt{2gh'} = \sqrt{2gL \cos 37^\circ} = \sqrt{2 \times 10 \times 1,25 \times 0,8} = 2\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

۳۸ - گزینه ۴ ابتدا بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی فنر را که در حالت حداقل طول فنر به دست می‌آید، محاسبه می‌کنیم:

$$U_{e \max} = 1,8K_1 = 1,8 \times \frac{1}{2}mV_0^2 = 1,8 \times \frac{1}{2} \times m \times 4^2 = 8 \times 1,8m$$

اکنون براساس اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_{g1} + K_1 + U_{e1} = U_{g2} + K_2 + U_{e2}$$

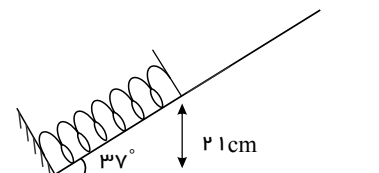
$$\Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mV_1^2 = mgh_2 + U_{e \max}$$

$$\Rightarrow m \times 10 \times 0,85 + \frac{1}{2} \times m \times 4^2 = m \times 10 \times h_2 + 8 \times 1,8m$$

$$\Rightarrow 16,5 = 10h_2 + 14,4 \Rightarrow h_2 = 0,21m = 21cm$$

بنابراین باتوجه به شکل زیر، طول فنر برابر است با:

$$\sin 37^\circ = \frac{21cm}{\ell_{\text{فنر}}} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{21cm}{\ell_{\text{فنر}}} \Rightarrow \ell_{\text{فنر}} = 35cm$$



۳۹ - گزینه ۱ باتوجه به عدم پایستگی انرژی داریم:

$$E_1 - E_2 = |W_f| \Rightarrow (U_{g1} + K_1 + U_{e1}) - (U_{g2} + K_2 + U_{e2}) = |W_f|$$

$$\Rightarrow mgh_1 - \frac{1}{2}mv_2^2 = |f \cdot d \cos \alpha| \Rightarrow 2 \times 10 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times v_2^2 = |4 \times 10 \times \cos 180|$$

$$120 - v_2^2 = 40 \Rightarrow v_2^2 = 80 \Rightarrow v_2 = 4\sqrt{5} \frac{m}{s}$$



*دقت کنید باتوجه به روابط مثلثاتی در مثلث می توان مسیر حرکت روی سطح شیبدار را بدست آورد:

$$\sin 37^\circ = \frac{6}{d} \Rightarrow d = 10m$$

۴۰ - گزینه ۲ حداکثر ارتفاع گلوله، جایی است که $v_B = 0$ شود. بنابراین با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی و با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_B = E_A \Rightarrow K_B + U_B = K_A + U_A$$

$$v_B = 0 \Rightarrow K_B = 0$$

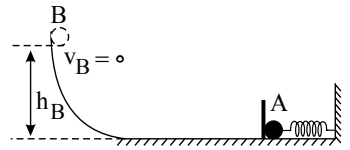
$$v_A = 0 \Rightarrow K_A = 0$$

$$U_B = mgh_B$$

$$U_A = U_{\text{کشسانی}}$$

$$\Rightarrow mgh_B = U_{\text{کشسانی}}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10 \times h_B = 200 \Rightarrow h_B = 5m$$



۴۱ - گزینه ۲

$$E_A = E_C \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = U_e$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times (0.2 + x \sin 30^\circ) + \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 = 10$$

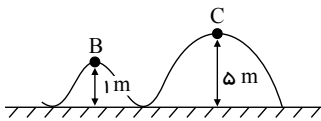
$$20(0.2 + \frac{x}{2}) + 4 = 10 \Rightarrow x = 0.2m = 20cm$$

۴۲ - گزینه ۲ اگر زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، با نوشتن قانون پایستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطه A و C، ارتفاع C نسبت به زمین را می یابیم.

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

$$\frac{v_A=0, v_C=20 \frac{m}{s}}{h_A=25m} \rightarrow \frac{1}{2} \times m \times 0 + m \times 10 \times 25 = \frac{1}{2} \times m \times 20^2 + m \times 10 \times h_C \Rightarrow h_C = 5m$$

حال بین دو نقطه B و C داریم:

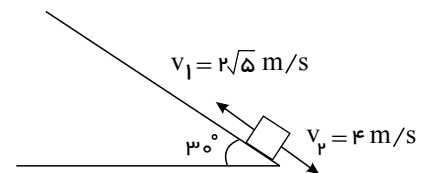


$$\Delta U_{BC} = U_C - U_B = mg(h_C - h_B) \xrightarrow{m=2kg} \Delta U_{BC} = 2 \times 10 \times (5 - 1) \Rightarrow \Delta U = 80J$$

۴۳ - گزینه ۳ هنگامی که جسم به نقطه پرتاب باز می گردد، تنها نیروی اصطکاک روی جسم کار انجام می دهد که در این حالت طبق پایستگی انرژی داریم:

$$2W_f = E_2 - E_1$$

$$\Rightarrow 2W_f = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) \Rightarrow 2W_f = K_2 - K_1$$



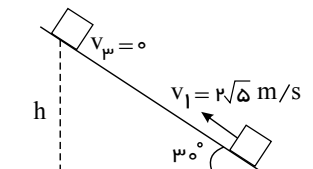
$$\Rightarrow 2W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{v_2=4m/s, v_1=2\sqrt{5}m/s} 2W_f = \frac{1}{2}m((4)^2 - (2\sqrt{5})^2) \Rightarrow W_f = -m(J)$$

حال قانون پایستگی انرژی را در مسیر رفت در نظر می گیریم:

$$W_f = E_3 - E_1 \Rightarrow W_f = (K_3 + U_3) - (K_1 + U_1)$$

$$\xrightarrow{K_3=0, W_f=-m, U_1=0} W_f = U_3 - K_1 \rightarrow -m = mgh - \frac{1}{2}m(2\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow -1 = 10h - 10 \Rightarrow h = \frac{9}{10}m$$



بنابراین طولی که جسم روی سطح شیب دار در مسیر رفت و برگشت طی می کند، برابر است با:

$$d = 2 \times \frac{h}{\sin 30^\circ} = 2 \times \frac{0.9}{\frac{1}{2}} = 3.6m$$

۴۴ - گزینه ۱ ابتدا مسیر AB را در نظر می گیریم:



$$E_A = E_B + |W_F|$$

(تراز BC را به عنوان مبدأ پتانسیل در نظر می گیریم.)

$$K_A + U_{gA} = K_B + U_{gB} + |W_F|$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mV_B^2 + |W_F|$$

$$2 \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times 2 \times V_B^2 + 11 \rightarrow V_B = 7 \text{ m/s}$$

سپس مسیر BC را در نظر می گیریم:

$$E_B = E_C + |W'_F|$$

$$K_B + U_{gB} = K_C + U_{gC} + |W'_F|$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = |f_k \cdot d \cdot \cos 18^\circ| \rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times 7^2 = 3 \times d \rightarrow d = 7 \text{ m}$$

۴۵ - گزینه ۲ مبدأ پتانسیل را منطبق بر تراز افقی BC در نظر می گیریم:

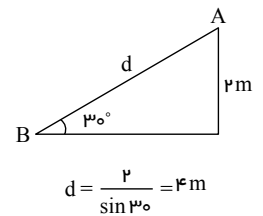
$$E_A = E_B + |W_f|$$

$$K_A + U_{gA} = K_B + U_{gB} + |f_k \cdot d \cdot \cos 18^\circ|$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mV_B^2 + f_k \cdot d$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 6^2 + 2 \times 10 \times 2 = \frac{1}{2} \times 2 \times V_B^2 + 3 \times 4$$

$$V_B^2 = 64 \rightarrow V_B = 8 \text{ m/s}$$



بین دو نقطه B و C اصطکاک نداریم:

$$E_B = E_C$$

$$K_B + U_{gB} = K_C + U_{gC} \rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = \frac{1}{2}mV_C^2 \rightarrow V_C = 8 \text{ m/s}$$

۴۶ - گزینه ۴ می دانیم اگر اتلاف انرژی نداشته باشیم، انرژی مکانیکی ثابت خواهد ماند. بنابراین خواهیم داشت:

$$E_1 = E_2$$

$$k_3 = \frac{1}{3}U_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{U_1=0} K_1 + 0 = \frac{1}{3}U_2 + U_2 \Rightarrow K_1 = \frac{4}{3}U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{4}{3}mgh_2 \Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = \frac{4}{3}gh_2 \xrightarrow{v_1=20 \text{ m/s}} \frac{1}{2} \times (20)^2 = \frac{4}{3} \times 10 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 15 \text{ m}$$

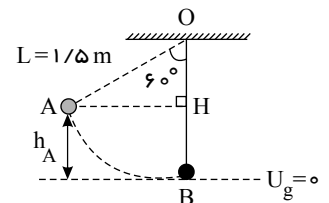
۴۷ - گزینه ۳ نقطه B را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می گیریم و فاصله نقطه A را تا خط تراز مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی به دست می آوریم. با توجه به شکل زیر داریم:

$$\cos 60^\circ = \frac{\overline{OH}}{\overline{OA}} \xrightarrow{\overline{OA}=L=1.5 \text{ m}} \frac{1}{2} = \frac{\overline{OH}}{1.5}$$

$$\Rightarrow \overline{OH} = 0.75 \text{ m}$$

$$h_A = \overline{HB} = \overline{OB} - \overline{OH}$$

$$\xrightarrow{\overline{OB}=L=1.5 \text{ m}} h_A = 1.5 - 0.75 = 0.75 \text{ m}$$



(البته می توان مستقیماً از رابطه $h = L(1 - \cos 60^\circ)$ نیز مقدار h_A را به دست آورد.)

وزنه در نقطه A فقط انرژی پتانسیل گرانشی و در نقطه B فقط انرژی جنبشی دارد. چون در طول مسیر مقاومت هوا وجود دارد، انرژی مکانیکی پایسته نمی ماند. بنابراین اختلاف انرژی نقطه های A و B برابر کار نیروی مقاومت هوا است. در این حالت داریم:

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = W_f \xrightarrow{U_B=0, K_A=0} (0 + \frac{1}{2}mv_B^2) - (mgh_A + 0) = W_f$$

$$\xrightarrow{W_f=-18 \text{ J}, h_A=0.75 \text{ m}} \frac{1}{2} \times 6 \times v_B^2 - 6 \times 10 \times 0.75 = -18 \Rightarrow v_B^2 = 9 \Rightarrow |v_B| = 3 \text{ m/s}$$

$$m=6 \text{ kg}$$

۴۸ - گزینه ۲ باتوجه به حضور نیروهای اتلاfi (اصطکاک سطح با جسم)، انرژی مکانیکی جسم یا سامانه پایسته نمی ماند. بنابراین بین دو لحظه ی عبور از نقطه ی A در مسیر رفت و برگشت می



توان نوشت:

$$W_f = E_{2A} - E_{1A} \Rightarrow W_f = (K_{2A} + U_{2A}) - (K_{1A} + U_{1A})$$

$$\Rightarrow W_f = \frac{1}{2}m(\sqrt{3^2} - 3^2) \Rightarrow W_f = \frac{1}{2} \times m \times (3 - 9) \Rightarrow W_f = -3m(J)$$

کار نیروی اصطکاک وابسته به مسیر حرکت (مسافت طی شده) است، پس می توان نتیجه گرفت کار نیروی اصطکاک در مسیر AB ، نصف مسیر رفت و برگشت از نقطه A است، پس بین دو نقطه A و B می توان نوشت:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (K_B + U_B) - (K_A + U_A)$$

$$\Rightarrow -1,5m = mgh_B - \frac{1}{2}m \times 3^2 \Rightarrow 3 = 1,5h_B \Rightarrow h_B = 0,3m$$

باتوجه به هندسه شکل داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{0,3}{x} \Rightarrow x = 0,6m$$

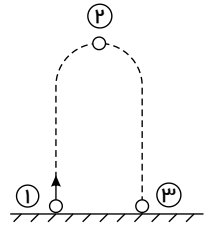
۴۹ - گزینه ۲ ابتدا قانون پایستگی انرژی مکانیکی را بین نقطه ۱ و ۲ می نویسیم:

$$E_1 = E_2 + |W_F|$$

$$K_1 + U_{g1} = K_2 + U_{g2} + |W_F|$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + |W_F|$$

$$|W_F| = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 10^2 - 0,2 \times 10 \times 3 \rightarrow |W_F| = 4 J$$



تذکر: در نقطه ۲ سرعت صفر است.

حال قانون پایستگی انرژی مکانیکی را بین دو نقطه ۲ و ۳ می نویسیم:

$$E_2 = E_3 + |W_f|$$

$$K_2 + U_{g2} = K_3 + U_{g3} + |W_f| \rightarrow mgh_2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + |W_f|$$

$$0,2 \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times 0,2 \times v_3^2 + 4 \rightarrow v_3^2 = 20 \rightarrow v_3 = 2\sqrt{5} m/s$$

۵۰ - گزینه ۱ اصطکاک سطح شیبدار ناچیز است، بنابراین طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

چنانچه نقطه B را مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$U_B = 0, U_A = mgh_A = mg(1,6 \sin 30^\circ)$$

بنابراین:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \Rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 + gh_A = \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = v_A^2 + 2gh_A$$

$$\Rightarrow v_B^2 = (3)^2 + 2 \times 10 \times (1,6 \sin 30^\circ) = 25 \Rightarrow v_B = 5 \frac{m}{s}$$

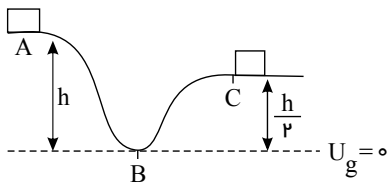
۵۱ - گزینه ۳ طبق قانون پایستگی انرژی مکانیکی و با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

با ساده کردن m از طرفین رابطه فوق خواهیم داشت:

$$10 \times 3,2 + \frac{1}{2}(6)^2 = \frac{1}{2}(v_2^2) \Rightarrow v_2^2 = 100 \Rightarrow v_2 = 10 \frac{m}{s}$$

۵۲ - گزینه ۱



طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، با در نظر گرفتن نقطه B به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 2gh = v_B^2 - v_A^2 \quad (1)$$



$$E_C = E_B \Rightarrow mg \frac{h}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} m v_C^2 = 0 + \frac{1}{\gamma} m v_B^2 \Rightarrow gh = v_B^2 - v_C^2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} v_B^2 - v_A^2 = 2(v_B^2 - v_C^2) \Rightarrow 14^2 - 2^2 = 2(14^2 - v_C^2) \Rightarrow 14^2 + 2^2 = 2v_C^2 \Rightarrow 196 + 4 = 2v_C^2$$

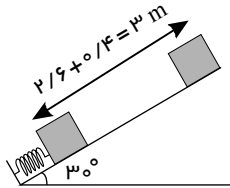
$$\Rightarrow 2v_C^2 = 200 \Rightarrow v_C^2 = 100 \Rightarrow v_C = 10 \frac{m}{s}$$

۵۳ - گزینه ۴ با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، می توان نوشت:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_{mg} + W_{\text{فنر}} = 0$$

$$W_{mg} = -\Delta U \xrightarrow{\Delta U_{\text{کشسانی}} = -\Delta U = -mg(h_f - h_i)} W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{\text{کشسانی}} = mgd \sin 30^\circ = 0.4 \times 10 \times 3 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta U_{\text{کشسانی}} = 6J$$



۵۴ - گزینه ۱ ابتدا کار نیروی فنر را به دست می آوریم:

$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} = -(U_f - U_i) = -(8 - 0) = -8J$$

در نظر داشته باشید که U_i انرژی پتانسیل کشسانی فنر در حالتی است که جسم به فنر نرسیده است. از قضیه کار - انرژی جنبشی، نیروی اصطکاک را به دست می آوریم:

$$W_{\text{فنر}} + W_{\text{اصطکاک}} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{عمودی سطح}} = K_f - K_i \Rightarrow -8 + W_{\text{اصطکاک}} + mgh + 0 = 0 - \frac{1}{2} m v_f^2$$

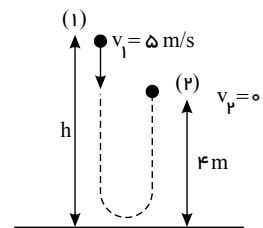
$$\Rightarrow -8 + W_{\text{اصطکاک}} + 2 \times 10 \times (2 \sin 30^\circ) = -\frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = -21J$$

۵۵ - گزینه ۳ با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$W_f = E_f - E_i \Rightarrow W_f = (K_f + U_f) - (K_i + U_i)$$

$$\Rightarrow (h_i + h_f) \times (-1) = (0 + mgh_f) - (\frac{1}{2} m v_i^2 + mgh_i)$$

$$\Rightarrow -(h + 4) = (0.4 \times 10 \times 4) - (\frac{1}{2} \times 0.4 \times 5^2 + 0.4 \times 10 \times h) \Rightarrow h = 5m$$



۵۶ - گزینه ۴ مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر می گیریم. طبق قانون پایستگی انرژی داریم:

$$W_f = E_f - E_i \xrightarrow{\text{مسیر } AB \text{ بدون اصطکاک}} W_{f_{\text{کل}}} = W_{f_{BC}} = E_C - E_A = (K_C + U_C) - (K_A + U_A) \quad W_{f_{BC}} = 0 - (0 + mgh_A) \quad (1)$$

از طرفی کار نیروی اصطکاک در مسیر BC برابر است با:

$$W_{f_{BC}} = f_{BC} d_{BC} \cos 180^\circ \xrightarrow{(1)} f_{BC} \times (2) \times (-1) = -2 \times 10 \times 1.5 \Rightarrow f_{BC} = 15N$$

۵۷ - گزینه ۲

$$v = at + v_0 \Rightarrow 20 = a \times 10 + 0 \Rightarrow a = 2m/s^2$$

$$F = ma = 900 \times 2 = 1800N$$

$$\bar{P} = F \times \bar{v} \Rightarrow \bar{P} = 1800 \left(\frac{0 + 20}{2} \right) = 18000W = 18KW$$

۵۸ - گزینه ۴

$$R_a = \frac{mgh}{Pt} \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{252000 \times 10 \times 12}{P \times 3600} \Rightarrow P = 10.8kW$$

۵۹ - گزینه ۱ طبق رابطه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{تلمبه}} + W_{mg} = K_f - K_i \xrightarrow{K_i = K_f} W_{\text{تلمبه}} = -W_{mg} = \Delta U = mgh$$

$$P = \frac{W_{\text{تلمبه}}}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{\rho V g h}{t}$$

ابتدا رابطه توان را می نویسیم:



هر دو تلمبه آب را منتقل می کنند، پس برای هر دو ρ یکسان است و g نیز یک عدد ثابت است. پس باید $\frac{Vh}{t}$ آن ها را مقایسه کنیم.

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{(\frac{Vh}{t})_A}{(\frac{Vh}{t})_B}$$

$$(\frac{Vh}{t})_A = (\frac{5 \times 40}{30 \times 60}) = \frac{1}{90} \quad SI \text{ (واحد)}$$

$$\Rightarrow P_A > P_B$$

$$(\frac{Vh}{t})_B = (\frac{10 \times 36}{10 \times 60 \times 60}) = \frac{1}{100} \quad SI \text{ (واحد)}$$

۶۰ - گزینه ۲

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{اسمی}}} \times 100 \rightarrow 75 = \frac{P_{\text{مفید}}}{1000} \times 100$$

$$\rightarrow P_{\text{مفید}} = 750W$$

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mgh}{t} \rightarrow 750 = \frac{125 \times 10 \times 12}{t}$$

$$t = \frac{125 \times 10 \times 12}{750} = 20s$$

۶۱ - گزینه ۳

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \rightarrow \frac{75}{100} = \frac{P_{\text{مفید}}}{4000} \rightarrow P_{\text{مفید}} = 3000W$$

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mgh + \frac{1}{2}mv^2}{t} \rightarrow 3000 = \frac{50 \times 10 \times 40 + \frac{1}{2} \times 50 \times 20^2}{t}$$

$$t = \frac{20000 + 10000}{3000} \rightarrow t = 10s$$

۶۲ - گزینه ۳ برای محاسبه ی توان خروجی (مفید) تلمبه ابتدا جرم و تغییر ارتفاع نفت را محاسبه می کنیم:

$$\rho_{\text{نفت}} = \frac{m}{V} \Rightarrow 0.8 \frac{g}{cm^3} = \frac{m}{100 \times 10^3 cm^3} \Rightarrow m = 8 \times 10^4 g = 80kg$$

$$\Delta h = 50 - (-400) \Rightarrow \Delta h = 450m$$

* تذکر: در محاسبه ی Δh ، مبدأ پتانسیل گرانشی ($h = 0$) را سطح زمین گرفته ایم.

باتوجه به قضیه ی کار - انرژی جنبشی و ثابت بودن تندی نفت در این جابه جایی می توان نوشت:

$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_{\text{تلمبه}} = K_2 - K_1 = 0 \Rightarrow W_{\text{تلمبه}} = -W_{\text{وزن}} \Rightarrow W_{\text{تلمبه}} = \Delta U = mg\Delta h$$

$$\Rightarrow W_{\text{تلمبه}} = 80 \times 10 \times 450 = 36 \times 10^4 J$$

پس توان خروجی (مفید) تلمبه برابر است با:

$$\bar{P}_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{تلمبه}}}{\Delta t} = \frac{36 \times 10^4 J}{60s} = 6 \times 10^3 W = 6kW$$

بنابراین بازده یا راندمان این تلمبه برابر است با:

$$\text{درصد بازده} = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times 100 = \frac{6kW}{24kW} \times 100 = \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

۶۳ - گزینه ۲

$$W_{\text{پمپ}} + W_{mg} = K_2 - K_1$$

$$W_{\text{پمپ}} - mg|\Delta h| = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} - 100 \times 10 \times 10 = \frac{1}{2} \times 100 \times 4 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 10200J$$

$$P \times Ra = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow P \times \frac{80}{100} = \frac{10200}{60} \Rightarrow P = 212.5W$$

۶۴ - گزینه ۲ توان مفید آسانسور صرف غلبه بر نیروی وزن می شود. اگر جرم اتاقک آسانسور را M و جرم هر مسافر را برابر m در نظر بگیریم، از تعریف توان، می توان نوشت:

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \xrightarrow{W=(M+\Delta m)gh} \bar{P} = \frac{(850 + 5 \times 70) \times 10 \times 40}{2 \times 60} = 4000W$$

$$\Rightarrow \bar{P} = 4kW$$