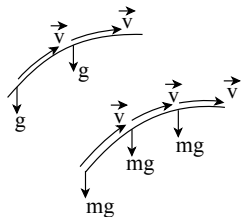


پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱



در حرکت پرتابی شتاب بردار $\vec{g}$ ، قائم و ثابت است، اما حرکت مسیری منحنی است.
در حرکت پرتابی برآیند نیروها برابر $m\vec{g}$ و قائم و ثابت است اما حرکت منحنی الخط است.

شتاب متحرک به مقدار سرعت و جهت آن بستگی دارد.

در حرکت دایره ای می تواند مقدار سرعت متحرک ثابت باشد ولی جهت آن مدام تغییر کند و به همین دلیل شتاب متحرک صفر نیست.
بردار تغییرات سرعت و برآیند نیروها، شتاب، ضربه، تغییرات تکانه بردارهایی از یک خانواده هستند در تمام حرکتها بردار تغییرات سرعت با برآیند نیروها هم جهت است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

مطابق قانون سوم نیوتون بزرگی نیرویی که دو شخص به یکدیگر وارد می کنند برابر است. با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| \quad \frac{|\vec{F}_{12}| = m_2 |\vec{a}_2|}{|\vec{F}_{21}| = m_1 |\vec{a}_1|} \rightarrow m_2 |\vec{a}_2| = m_1 |\vec{a}_1| \quad \frac{m_1 = 2m_2}{|\vec{a}_1| = 2 m/s^2} \rightarrow |\vec{a}_2| = 4 m/s^2$$

پس از جدا شدن دو شخص از یکدیگر، با سرعت ثابت در خلاف جهت یکدیگر به حرکت خود ادامه می دهند، بنابراین ابتدا سرعت دو شخص را در لحظه جدایی از یکدیگر به دست می آوریم. با انتخاب جهت مثبت حرکت به سمت راست داریم:

$$v = at \quad \begin{cases} \xrightarrow[t_1 = 0.4s]{\Delta x_1 = v_1 t_1} v_1 = -0.8 m/s \xrightarrow[t_1' = 4s]{\Delta x_1 = -3.2m} \\ a_1 = -2 m/s^2 \\ a_2 = 4 m/s^2 \end{cases} \quad \begin{cases} \xrightarrow[t_2 = 0.4s]{\Delta x_2 = v_2 t_2} v_2 = 1.6 m/s \xrightarrow[t_2' = 4s]{\Delta x_2 = 6.4m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{\text{ج}} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 3.2 + 6.4 = 9.6m$$

از آن جا که جسم ساکن است بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \quad (1)$$

با عکس شدن جهت نیروی $\vec{F}_3$ ، برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر می شود:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \xrightarrow{\vec{F}_3 = -\vec{F}_3} \vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \vec{F}_3$$

$$\xrightarrow{(1)} \vec{F}_{net} = -2\vec{F}_3 \Rightarrow |\vec{F}_{net}| = 2 \times 10 = 20N$$

مطابق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow |\vec{F}_{net}| = m|\vec{a}| = \frac{20}{2} = 10 \frac{m}{s^2}$$

چون جسم در حال تعادل است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \xrightarrow{\vec{F}_1 = \frac{2}{3}\vec{F}_1, \vec{F}_2 = \frac{2}{3}\vec{F}_2, \vec{F}_3 = \frac{2}{3}\vec{F}_3} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \frac{2}{3}\vec{F}_1 + \frac{2}{3}\vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$= \frac{2}{3}(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) + \vec{F}_3 \xrightarrow{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3} \vec{F}_{net} = -\frac{2}{3}\vec{F}_3 + \vec{F}_3 = \frac{1}{3}\vec{F}_3$$

$$F_{net} = ma \xrightarrow{|\vec{F}_{net}| = \frac{1}{3}|\vec{F}_3|} \frac{1}{3} \times 12 = 2 \times a \Rightarrow a = 2 m/s^2$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 8 = 2t + 0 \Rightarrow t = 4s$$

ابتدا شتاب توقف اتومبیل را به دست می آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 5 + 20 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

$$F = ma \Rightarrow F = (1.2 \times 1000) \times |-4| = 4.8 \times 10^3 N$$

ابتدا نیروی خالص وارد بر جسم را حساب می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$\vec{F}_{net} = +3\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow F_{net} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5N$$



با توجه به ثابت بودن نیروی وارد بر جسم، شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow a = \frac{5}{5} = 1 \frac{m}{s^2}$$

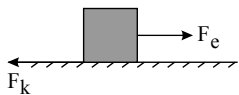
با استفاده از رابطه محاسبه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av} = a t_{av} + v_o \Rightarrow v_{av} = 1 \times \left(\frac{0 + 3}{2} \right) + 0 = 1,5 \frac{m}{s}$$

با توجه به قانون سوم نیوتون اندازه نیرویی که دو ذره به هم وارد می‌کنند با هم برابر است یعنی $F_A = F_B$ برای مقایسه جرم دو جسم با هم از رابطه $F = ma$ استفاده می‌کنیم.

$$F_A = F_B \Rightarrow m_A a_A = m_B a_B \xrightarrow{a_A = 2a_B} m_A \times 2a_B = m_B a_B \Rightarrow m_A = \frac{1}{2} m_B$$

توجه: بار الکتریکی ذرات تأثیری بر جواب نداشت.



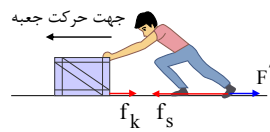
چون سرعت ثابت است:

$$\vec{v} = \text{ثابت} \rightarrow \vec{a} = 0 \rightarrow \vec{F}_{net} = m\vec{a} = 0$$

$$F_e - f_k = 0 \rightarrow F_e = f_k$$

$$f_k = k\Delta x = \mu_k \times mg$$

$$\mu_k \times 50 = 200 \times \frac{5}{100} \Rightarrow 50\mu_k = 10 \Rightarrow \mu_k = 0,2$$



نیروی اصطکاک همواره در خلاف جهت حرکت واقعی یا احتمالی جسم به جسم اثر می‌کند. مطابق شکل نیروی f' نیرویی است که از طرف کف کفش شخص به سطح زمین وارد می‌شود. طبق قانون سوم نیوتون عکس‌العمل این نیرو، همان نیروی f_s است که از طرف سطح زمین به پای شخص وارد می‌شود. که جهت آن به طرف غرب خواهد بود. اما به راستی چرا نیروی اصطکاک وارد بر شخص از نوع ایستایی است؟

از طرفی جعبه به سمت غرب حرکت می‌کند. پس نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جعبه در خلاف جهت حرکت آن یعنی در جهت شرق به جعبه وارد می‌شود.

$$f_k = ma \xrightarrow{m=100 \text{ g}=0,1 \text{ kg}} a = \frac{-6}{0,1} = -60 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 - v_o^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 15^2 = 2 \times (-60) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{15 \times 15}{120} = 1,875 \text{ m}$$

$$F_{net} = ma$$

$$F_e - f_k = 0 \Rightarrow F_e = f_k$$

$$k\Delta x = \mu mg \Rightarrow 50 \times 0,1 = \mu \times 50 \Rightarrow \mu = 0,1$$

$$F = f_k = 0 \Rightarrow 500 - f_k = 0 \Rightarrow f_k = 500 \text{ N}$$

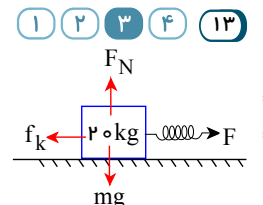
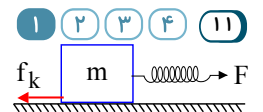
متحرک با سرعت ثابت در حرکت بوده بنابراین:

$$-f_k = ma \Rightarrow -500 = 1000a \Rightarrow a = \frac{-1}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$v^2 - v_o^2 = 2ax \Rightarrow 0 - 20^2 = 2(-0,5)x \Rightarrow x = 400 \text{ m}$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow (k\Delta x) - (\mu_k F_N) = 20a$$

$$\Rightarrow (100 \times 0,4) - (0,1 \times 200) = 20a \Rightarrow 40 - 20 = 20a \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$





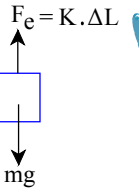
۱۴) راه حل اول: با توجه به صورت تست، به ازای هر ۱۰۰ گرمی که به جرم وزنه‌ی آویخته شده، اضافه می‌شود، به طول فنر ۲cm اضافه می‌گردد. بنابراین به ازای وزنه‌ی ۵۰۰ گرمی که در حالت اول آویخته شده به طول فنر به اندازه‌ی ۱۰cm اضافه شده است.

$$\frac{100g}{500g} \cdot \frac{2cm}{x} \Rightarrow x = \frac{500 \times 2}{100} = 10cm \Rightarrow \text{طول فنر بدون وزنه} = 20 - 10 = 10cm$$

$$mg = k\Delta L \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{(\Delta L)_1}{(\Delta L)_2} \Rightarrow \frac{500}{600} = \frac{20 - L_0}{22 - L_0}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{20 - L_0}{22 - L_0} \Rightarrow L_0 = 10cm$$

راه حل دوم:



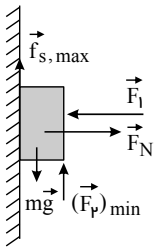
۱۵) برای محاسبه شتاب حرکت جسم داریم:

$$a = -\mu_k g = -10\mu_k$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -10\mu_k \times 2 + 8 \Rightarrow 20\mu_k = 8 \Rightarrow \mu_k = 0.4$$

۱۶) بسته به اندازه‌ی قائم $\vec{F}_P$ ، جسم می‌تواند در آستانه‌ی حرکت به سمت پایین و یا بالا باشد.

اگر جسم در آستانه‌ی حرکت به سمت پایین باشد، اندازه‌ی نیروی $\vec{F}_P$ ، کمترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف بالا بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم داریم:



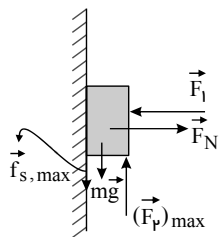
$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.25 \times 120 \Rightarrow f_{s,max} = 30N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow (F_P)_{min} + f_{s,max} = mg$$

$$\Rightarrow (F_P)_{min} + 30 = 4 \times 10 \Rightarrow (F_P)_{min} = 10N$$

اگر جسم در آستانه‌ی حرکت به سمت بالا باشد، اندازه‌ی نیروی $\vec{F}_P$ ، بیشترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف پایین بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم در این حالت داریم:



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 120N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.25 \times 120 \Rightarrow f_{s,max} = 30N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow (F_P)_{max} = f_{s,max} + mg$$

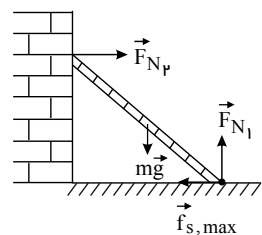
$$\Rightarrow (F_P)_{max} = 30 + 4 \times 10 \Rightarrow (F_P)_{max} = 70N$$

بنابراین اختلاف اندازه‌ی بیشترین و کمترین مقدار نیروی $\vec{F}_P$ برای اینکه جسم در آستانه‌ی حرکت باشد، برابر است با:

$$\Delta F_P = 70 - 10 = 60N$$

۱۷) ۱ ۲ ۳ ۴

چون نردبان در آستانه‌ی سر خوردن (حرکت) است، بنابراین نیروی خالص وارد بر نردبان در دو راستای افقی و عمودی صفر است، بنابراین داریم:





$$F_{net} = 0 \Rightarrow \begin{cases} (F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_{N1} = mg = 200N \\ (F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_{N2} = f_{s,max} \quad (*) \end{cases}$$

اندازه نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N1} = 0.75 \times 200 = 150N$$

بنابراین:

$$* \rightarrow F_{N2} = f_{s,max} = 150N$$

از طرف سطح افقی دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{N1}$ و $\vec{f}_{s,max}$ بر نردبان وارد می شود، بنابراین:

$$R = \sqrt{F_{N1}^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250N$$

در نهایت می توان نوشت:

$$\frac{F_{N2}}{R} = \frac{150}{250} = \frac{3}{5}$$

۱۸ طبق قانون سوم نیوتون، نیروی وارده از طرف جسم به کف آسانسور با نیروی وارده از طرف کف آسانسور به جسم وارد می کند برابر است. هر دو حالت هنگامی که نوع شتاب مشخص نیست و اطلاعات که نوع حرکت را مشخص کند، داده نشده است. حرکت تندشونده است:

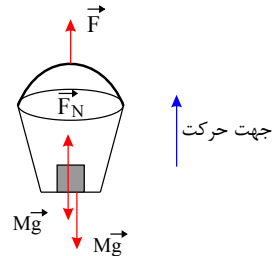
$$\begin{aligned} \text{رو به بالا} \quad N &= m(g + a) \\ \text{رو به پایین} \quad N' &= m(g - a) \end{aligned} \Rightarrow N - N' = 2ma = 2 \times 5 \times 2 = 20N$$

۱۹ ابتدا با رسم دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر سطل و وزنه و با در نظر گرفتن جهت حرکت سطل به سمت بالا و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

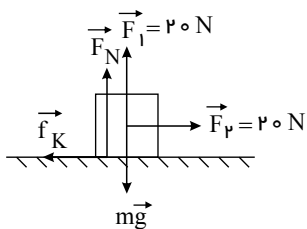
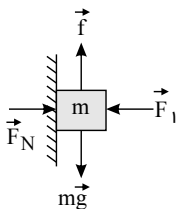
$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow 12 - 10 = 1 \times a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - Mg = Ma$$

$$\Rightarrow F - (1.5 + 1) \times 10 = (1.5 + 1) \times 2 \Rightarrow F = 30N$$



۲۰ هنگامی که جسم ساکن است، یا با سرعت ثابت حرکت می کند و یا در آستانه حرکت است با توجه به قانون دوم نیوتون در راستای قائم، نیروی اصطکاک برابر وزن است.



قبل از حذف نیروی $\vec{F}_1$ یعنی در ۶ ثانیه ابتدایی حرکت، داریم:

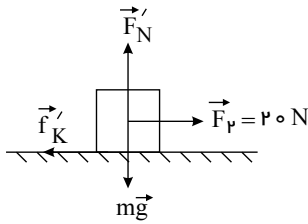
$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_1 + F_N = mg \Rightarrow 20 + F_N = 5 \times 10 \Rightarrow F_N = 30N$$

$$(F_{net})_x = ma_x \Rightarrow F_v - f_k = ma_x \Rightarrow F_v - \mu_k F_N = ma_x$$

$$\Rightarrow 20 - \mu_k \times 30 = 5 \times 1 \Rightarrow \mu_k = 0.5$$

سرعت جسم در لحظه $t = 6s$ برابر است با:

$$v_6 = at + v_0 \Rightarrow v_6 = 1 \times 6 + 0 \Rightarrow v_6 = 6m/s$$



بعد از حذف نیروی $\vec{F}_1$ یعنی از لحظه $t = 6s$ به بعد، می توان نوشت:

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F'_N = mg = 5 \times 10 \Rightarrow F'_N = 50 N$$

$$(F_{net})_x = ma'_x \Rightarrow F_P - f'_K = ma'_x \Rightarrow 20 - 0.5 \times 50 = 5a'_x \Rightarrow a'_x = -1 m/s^2$$

گزینه ۴، صحیح است.

متحرک در حال حرکت به طرف راست است و شتاب آن به طرف چپ می باشد، بنابراین حرکت متحرک کندشونده است و بعد از مدتی می ایستد. داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a'\Delta x' \Rightarrow 0 - 6^2 = 2 \times (-1)\Delta x' \Rightarrow \Delta x' = 18 m$$

گزینه ۱، صحیح است.

$$v = a't' + v_0 \Rightarrow 0 = (-1)t' + 6 \Rightarrow t' = 6 s$$

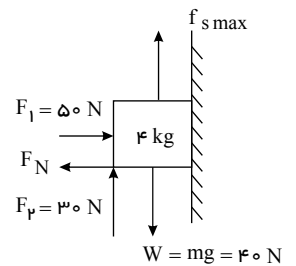
گزینه ۳، صحیح است.

هنگامی که جسم در آستانه حرکت رو به پایین است، اصطکاک ایستایی بیشینه و رو به بالا است بنابراین:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

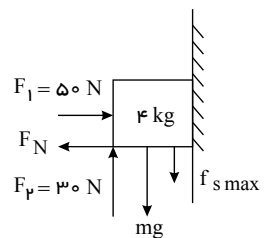
$$F_{net,y} = 0 \rightarrow f_{smax} + 30 - 40 = 0$$

$$f_{smax} = 10$$



اگر جسم در آستانه حرکت رو به بالا قرار گیرد داریم:

$$\begin{cases} F_{net,x} = 0 \rightarrow F_N = F_1 = 50 N \\ F_{net,y} = 0 \rightarrow 30 - 10 - mg = 0 \rightarrow mg = 20 N \rightarrow m = 2 kg \end{cases}$$



بنابراین جرم جسم باید $2 kg (4 - 2 = 2)$ کاهش یابد.

ابتدا باید مشخص کرد که جسم توسط این نیرو به حرکت در می آید و یا خیر؟ ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$f_{smax} = \mu_s N = \mu_s mg = 0.8 \times 8 \times 10 = 64 N$$

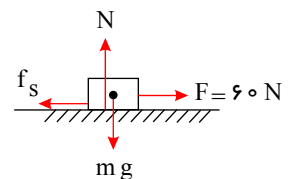
مقدار نیروی محرک در این مسئله $60 N$ است که قادر به غلبه بر اصطکاک ایستایی ماکزیم نیست. پس جسم حرکت نمی کند.

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow f_s = F = 60 N$$

اما نیروی سطح برآیند نیروی عمود بر سطح و نیروی اصطکاک است.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg = 80 N$$

$$R = \sqrt{N^2 + f_s^2} = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100 N$$



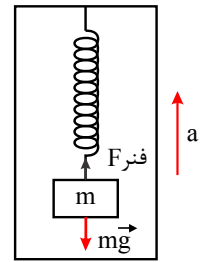
مطابق شکل ابتدا از شرط تعادل وزنه در حالت سکون آسانسور، جرم وزنه متصل به آن را به دست می آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴



$$\Delta L_1 = 180 - 150 = 30 \text{ cm}$$

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_{\text{فنر}} - mg = 0$$

$$\Rightarrow k\Delta L_1 = mg \Rightarrow 200 \times 0.3 = m \times 10 \Rightarrow m = 6 \text{ kg}$$



اکنون اگر فرض کنیم، آسانسور از حالتی که فنر طول عادی خود را دارد با شتاب a روبه بالا شروع کند تا وزنه به کف آسانسور برسد، خواهیم داشت:

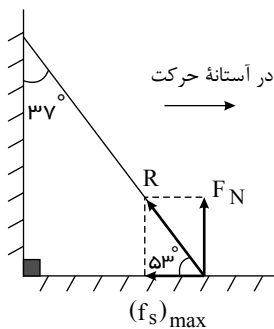
$$\Delta L_2 = \Delta L_1 + 7.5 \text{ cm} = 30 + 7.5 = 37.5 \text{ cm}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{\text{فنر}} - mg = ma \Rightarrow k\Delta L_2 - mg = ma$$

$$\Rightarrow 200 \times 37.5 \times 10^{-2} - 60 = 6a \Rightarrow a = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

قدم اول: نیرویی که سطح افقی به نردبام وارد می‌کند، برآیند نیروی اصطکاک و عمودی تکیه گاه است:

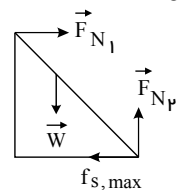


قدم دوم:

$$\tan 37^\circ = \frac{F_N}{(f_s)_{\max}} = \frac{F_N}{\mu_s F_N} = \frac{1}{\mu_s} \rightarrow \mu_s = \frac{1}{\tan 37^\circ} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} \rightarrow \mu_s = 0.75$$

وزن نردبام تأثیری نداشته است!

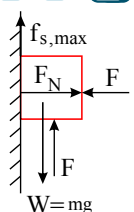
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶ جهت نیروهای وارد بر نردبان را مشخص می‌کنیم؛ چون نردبان در آستانه لغزش است، برآیند نیروهای وارد بر آن در دو راستای افقی و قائم برابر با صفر می‌شود.



$$\begin{aligned} f_{s,\max} = F_{N1} &= \mu_s F_{N2} \xrightarrow{F_{N2}=W} f_{s,\max} = F_{N1} = 0.5W \\ R_1 = F_{N1} &= \frac{W}{2} \quad (2) R_2 = \sqrt{f_{s,\max}^2 + F_{N2}^2} = \sqrt{(0.5W)^2 + W^2} = W\sqrt{1.25} = \frac{W}{2}\sqrt{5} \quad (1) \\ \xrightarrow{(1),(2)} \frac{R_2}{R_1} &= \frac{\frac{W}{2}\sqrt{5}}{\frac{W}{2}} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷ وقتی جسم در آستانه حرکت رو به پایین قرار دارد، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به طرف بالا بر جسم وارد می‌شود و داریم:

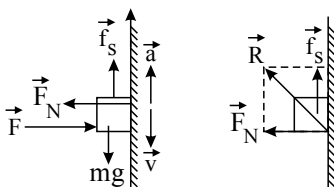
$$\begin{aligned} (F_{net})_x &= 0 \Rightarrow F_N = F \quad (*) \\ (F_{net})_y &= 0 \Rightarrow F + f_{s,\max} = W \Rightarrow F + \mu_s F_N = mg \\ (*) \rightarrow F + \mu_s F &= mg \Rightarrow F = \frac{mg}{1 + \mu_s} \Rightarrow F = \frac{2 \times 10}{1 + 0.5} \Rightarrow F = \frac{40}{3} \text{ N} \end{aligned}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

جسم روی دیواره نمی‌لغزد؛ پس اصطکاک از نوع ایستایی است. (دقت کنید چون در صورت سؤال اشاره‌ای نکرده که جسم در آستانه حرکت

قرار دارد، پس نیروی اصطکاک ایستایی، f_s است نه $f_{s,\max}$)





$$x \text{ : برایند نیروها در راستای } x: F_N = F = 120N$$

چون آسانسور در حال حرکت به سمت پایین می باشد، جهت v به سمت پایین است. از طرفی چون در حال متوقف شدن است، پس حرکتش کندشونده است؛ یعنی جهت a و v برخلاف یکدیگر بوده و در نتیجه جهت a به سمت بالا است:

$$y \text{ : برایند نیروها در راستای } y: f_s - mg = ma$$

$$f_s = m(g + a) = 4(10 + 2.5) = 50N$$

نیروی برایندی که دیواره آسانسور به جسم وارد می کند را واکنش سطح می نامیم و با R نشان داده و برابر است با:

$$R = \sqrt{(F_N)^2 + (f_s)^2} = \sqrt{(120)^2 + (50)^2} = 130N$$

دقت کنید که در صورت سؤال راجع به نیرویی که جسم به دیواره آسانسور وارد می کند، پرسیده است که در واقع عکس العمل R است که طبق قانون سوم نیوتون، هم اندازه با R می باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$\text{دوم در حالت } F - fk = ma \Rightarrow F - \mu kmg = ma$$

$$\Rightarrow 30 - 0.4 \times 50 = 5a \Rightarrow a = 2m/s^2$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=5]{t=5} v = 2 \times 5 = 10m/s$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = 25m$$

بعد از $5(s)$ سرعت جسم $10m/s$ شده و جابه جایی 25 متر است.

$$\text{دوم در حالت } v_0 = 10m/s$$

$$-fk = ma \Rightarrow -\mu kmg = ma \Rightarrow a = -\mu kg$$

$$a = -4m/s^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 100 = 2(-4)\Delta x \Rightarrow \Delta x_1 = 12.5m$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 37.5m$$

چون جسم با سرعت ثابت حرکت می کند. بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است و می توان نوشت:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \rightarrow \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_1 \rightarrow |\vec{F}_2 + \vec{F}_3| = |\vec{F}_1| = 10$$

در نتیجه با حذف $\vec{F}_1$ بزرگی برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با $10N$ و جهت آن هم در خلاف جهت $\vec{F}_1$ خواهد شد. اگر جهت نیروی $\vec{F}_1$ را مثبت در نظر بگیریم، شتاب جسم پس از حذف نیروی $\vec{F}_1$ برابر است با:

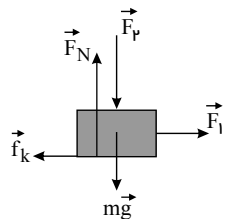
$$F_{net} = ma \xrightarrow{\sum F = -10} -10 = 2a \rightarrow a = -5 \frac{m}{s^2}$$

حال با توجه به رابطه ی سرعت داریم:

$$v = at + v_0 \rightarrow v = -5 \times 2 + 10 = +5 \frac{m}{s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

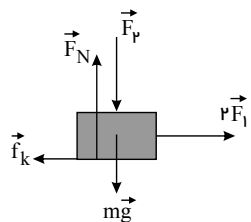
نیروهای وارد بر جسم را در ابتدا رسم می کنیم و قانون دوم نیوتون را برای آن می نویسیم:



$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N - F_g - mg = 0 \Rightarrow F_N = 20 + 2 \times 10 \Rightarrow F_N = 40N$$

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_1 - f_k = 0 \Rightarrow f_k = F_1 = 10N$$

وقتی اندازه ی نیروی $\vec{F}_1$ دو برابر می شود، چون نیروهای در راستای قائم تغییر نکرده است، اندازه ی نیروی اصطکاک جنبشی ثابت می ماند. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:



$$(F_{net})_x = ma_x \Rightarrow 2F_1 - f_k = ma_x \Rightarrow 2 \times 10 - 10 = 2a_x \Rightarrow a_x = 5m/s^2$$

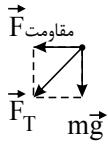
با استفاده از رابطه ی بین اندازه ی نیروی وارد بر فنر و تغییر طول آن، می توان نوشت:

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲



$$F_e = kx \Rightarrow F_e = k(l - l_0) \Rightarrow \Delta F_e = k(l_2 - l_1) \Rightarrow \frac{\Delta F_e'}{\Delta F_e} = \frac{l_2' - l_1'}{l_2 - l_1} \Rightarrow \frac{24 - 8}{40 - 8} = \frac{l_2' - 4}{8 - 4} \Rightarrow l_2' = 6 \text{ cm}$$

نیروی مقاومت هوا همیشه در خلاف جهت حرکت جسم بوده و شتاب هم با نیرو هم جهت است. دو نیرویی که به جسم وارد می‌شوند یکی نیروی وزن و دیگری نیروی مقاومت هوا است که شتاب حاصل از دو نیرو برابر جمع برداری شتاب خواهد بود.



$$F_T = \sqrt{F_{\text{مقاومت}}^2 + (mg)^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \text{ N}$$

$$a_T = \frac{F_T}{m} = \frac{2\sqrt{2}}{0.2} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

جهت شتاب گلوله هم جهت با $\vec{F}_T$ (✓) است.

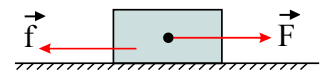
ابتدا با استفاده از معادله‌ی سرعت - زمان جسم، سرعت آن را در لحظه‌ی قطع نیروی $\vec{F}$ بدست می‌آوریم.

$$v = 2t + 3 \xrightarrow{t=3s} v = 2 \times 3 + 3 = 9 \frac{m}{s}$$

پس از قطع نیروی $\vec{F}$ ، تنها نیروی اصطکاک به جسم شتاب می‌دهد و می‌توان نوشت:

$$v = a't + v_0 \Rightarrow 0 = a' \times 6 + 9 \Rightarrow a' = -1.5 \frac{m}{s^2}$$

$$-f = ma' \Rightarrow -f = 2 \times (-1.5) \Rightarrow f = 3 \text{ N}$$

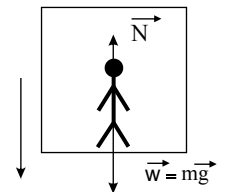


با توجه به معادله‌ی سرعت - زمان جسم، در ۳s اول حرکت، شتاب جسم برابر $2 \frac{m}{s^2}$ بوده است، بنابراین با توجه به شکل بالا داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f = ma \Rightarrow F = 3 + 2 \times 2 = 7 \text{ N}$$

ترازوی فنری زیر پای شخص، وزن ظاهری (N) او را نشان می‌دهد. پس ابتدا با استفاده از نمودار سرعت - زمان حرکت آسانسور، شتاب حرکت آسانسور را در هر مرحله به دست آورده، سپس با توجه به جهت حرکت آسانسور و با نوشتن قانون دوم نیوتن، نیروی وزن ظاهری شخص را در هر مرحله به دست می‌آوریم و داریم:

در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 2 \text{ s}$ حرکت آسانسور شتاب‌دار و تندشونده است:



$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4 - 0}{2 - 0} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_{N_1} = ma_1 \Rightarrow F_{N_1} = m(g - a_1) = 60(10 - 2) = 480 \text{ N} \quad (1)$$

در بازه زمانی $t = 2 \text{ s}$ تا $t = 6 \text{ s}$ حرکت آسانسور یکنواخت است و ترازو وزن واقعی شخص را نشان می‌دهد:

$$F_{N_2} = m(g - a_2) \xrightarrow{a_2=0} F_{N_2} = mg = 60 \times 10 = 600 \text{ N}$$

در بازه زمانی $t = 6 \text{ s}$ تا $t = 10 \text{ s}$ حرکت آسانسور کندشونده به سمت پایین است:

$$a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{10 - 6} = -1 \frac{m}{s^2}$$

$$F_{N_3} = m(g - a_3) = 60(10 - (-1)) = 660 \text{ N} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} F_{N_3} - F_{N_1} = 660 - 480 = 180 \text{ N}$$

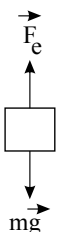
چون جسم به سمت پایین حرکت می‌کند و نوع حرکت آن کندشونده است، بنابراین جهت شتاب به سمت بالا است. با توجه به قانون دوم نیوتون و در نظر گرفتن جهت مثبت حرکت به سمت بالا داریم:

$$F_e - mg = ma \xrightarrow{F_e = k\Delta\ell} k\Delta\ell = m(g + a)$$

$$g = 10 \frac{N}{kg}, k = 1400 \frac{N}{m} \xrightarrow{1400 \cdot \Delta\ell = 2(10 + 4)}$$

$$a = 4 \frac{m}{s^2}, m = 2 \text{ kg} \Rightarrow \Delta\ell = \frac{28}{1400} = \frac{2}{100} \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

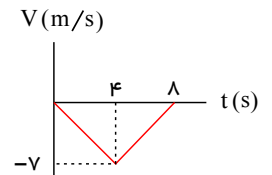
$$\Delta\ell = \ell - \ell_0 \xrightarrow{\ell_0 = 15 \text{ cm}} \ell = 15 + 2 = 17 \text{ cm}$$



اندازه شتاب را در هر مرحله برحسب (v) به دست می‌آوریم:

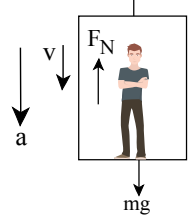


$$a_1 = \frac{-v - 0}{4} = -\frac{v}{4}, \quad a_2 = \frac{0 - (-v)}{4} = \frac{v}{4}$$



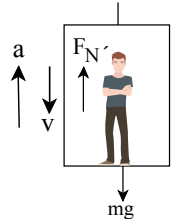
$$mg - F_N = ma_1 \Rightarrow mg - F_N = m \frac{v}{4}$$

در ۴ ثانیه اول حرکت تند شونده به طرف پایین می‌باشد.



$$F_{N'} - mg = ma_2 \Rightarrow F_{N'} - mg = m \frac{v}{4}$$

در ۴ ثانیه دوم حرکت کند شونده به طرف پایین است.



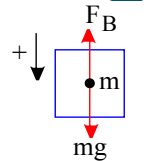
$$\begin{cases} mg - F_N = m \frac{v}{4} \\ F_{N'} - mg = m \frac{v}{4} \end{cases} \Rightarrow F_{N'} - F_N = 2m \frac{v}{4} \Rightarrow 120 = 60 \frac{v}{2} \Rightarrow v = 4$$

توجه کنیم که قانون دوم به صورت زیر نوشته شده است:

$ma = \text{مجموع نیروهای مخالف شتاب} - \text{مجموع نیروها در جهت شتاب}$

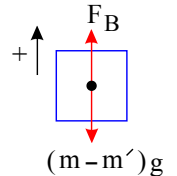
۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸ دیاگرام آزاد (نیروهای وارد بر) بالون را که شامل نیروی وزن (mg) و نیروی هوا که به نیروی شناوری معروف است (F_B) در دو حالت رسم می‌کنیم:

$$\text{پایین آمدن: } F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_B = ma \Rightarrow 600 \times 10 - F_B = 600 \times 5 \Rightarrow F_B = 3000 N$$



$$F_{net} = (m - m')a \Rightarrow F_B - (m - m')g = (m - m')a$$

$$\Rightarrow 3000 - (600 - m')10 = (600 - m') \times 5 \Rightarrow 3000 = (600 - m') \times 15 \Rightarrow m' = 400 kg$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹ وقتی جسم در آستانه لغزش باشد،
اولاً:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F - f = 0$$

ثانیاً:

$$f = \mu_s F_N = \mu_s m(g+a) = 0.5 \times 2 \times 12 = 12 N$$

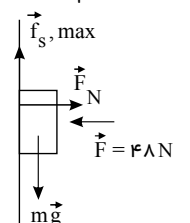
$$f = f_{s, \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F - 12 = 0} F - 12 = 0 \Rightarrow F = 12 N$$

حال کافیست این نیرو را معادل $k\Delta x$ قرار دهیم:

$$F = k\Delta x \Rightarrow 12 = 400\Delta x \Rightarrow \Delta x = 0.03 m = 3 cm$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰ جسم مورد نظر در آسانسور ساکن و در آستانه حرکت است ولی چون آسانسور با شتاب ثابت در حال حرکت است، پس جسم نیز با شتاب ثابت در حال حرکت است. بر جسم دو نیروی وزن و اصطکاک ایستایی در راستای قائم وارد می‌شود. بنابراین داریم:

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N = \mu_s F = 0.5 \times 48 \Rightarrow f_{s, \max} = 24 N$$



با توجه به قانون دوم نیوتون و در نظر گرفتن جهت حرکت آسانسور (بالا) به عنوان جهت مثبت، داریم:

$$f_{s, \max} - mg = ma \Rightarrow 24 - 40 = 4a \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$



بنابراین اندازه شتاب آسانسور برابر با $\frac{m}{s^2} 4$ و جهت آن به سمت پایین است، بنابراین حرکت آسانسور کندشونده است.

۴۱ بیشینه نیرویی که ترازو نشان می‌دهد مربوط به حالتی است که حرکت آسانسور کندشونده است و کمینه نیرویی که ترازو نشان می‌دهد مربوط به حالتی است که حرکت آسانسور تندشونده است.

$$F_N = m(g + a) \begin{cases} \xrightarrow{\text{حرکت تندشونده به سمت پایین}} F_N = m(g - a) & (I) \\ \xrightarrow{\text{حرکت کندشونده به سمت پایین}} F'_N = m(g + a') & (II) \end{cases}$$

$$(I), (II) \xrightarrow{\quad} F'_N - F_N = m(g + a') - m(g - a)$$

$$\Rightarrow F'_N - F_N = m(a + a')$$

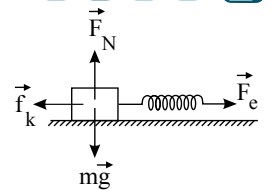
$$a = 2 \frac{m}{s^2}, a' = 3 \frac{m}{s^2} \xrightarrow{\quad} F'_N - F_N = 60(2 + 3) = 300 N$$

$$m = 60 kg$$

۴۲ ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. سپس از قانون دوم نیوتون در راستای y و x استفاده می‌کنیم.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N = mg = 80 N$$

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow F_e - f_k = ma$$



اگر برای F_e از قانون هوک ($F_e = kx$) و برای f_k از $f_k = \mu_k F_N$ استفاده کنیم، در حالتی که $x_1 = 10 cm$ و $x_2 = 15 cm$ است، داریم:

$$kx - \mu_k mg = ma \begin{cases} k \times 0.1 - \mu_k \times 80 = 8 \times 2.5 \\ k \times 0.15 - \mu_k \times 80 = 8 \times 5 \end{cases}$$

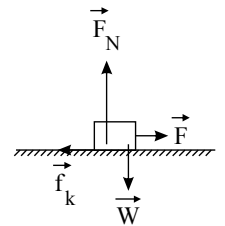
از حل این معادله μ_k به دست می‌آید: $\mu_k = 0.25$

۴۳ چون جسم در راستای افق با سرعت ثابت در حال حرکت است بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای افق برابر صفر است.

با نوشتن قانون دوم نیوتون در راستای افقی برای جسم، $\vec{F}_N$ را به دست می‌آوریم.

$$F = f_k \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} F = 0.2 F_N \Rightarrow F_N = 20 N$$

$$F = 4 N, \mu_k = 0.2$$



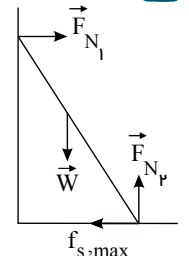
اکنون قانون دوم نیوتون را برای جسم در راستای قائم می‌نویسیم و چون $mg > F_N$ است، بنابراین جهت شتاب حرکت به سمت بالا در حال حرکت است، بردار سرعت و شتاب خلاف جهت هم هستند و حرکت آسانسور کندشونده است.

$$mg - F_N = ma \xrightarrow{m=4kg, g=10 \frac{N}{kg}, F_N=20N} 40 - 20 = 4a \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

۴۴ وقتی نردبان در آستانه سر خوردن است، با توجه به رابطه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه داریم:

$$(F_x)_{net} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = F_{N1}$$

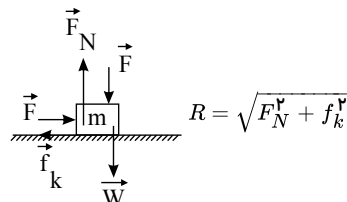
$$(F_y)_{net} = 0 \Rightarrow F_{N2} = W$$



$$F_{N2} = W, m = 15 kg, F_{N1} = f_{s,max}$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N2} \xrightarrow{W = mg, g = 10 \frac{N}{kg}} F_{N1} = 0.6 \times 15 \times 10 = 90 N$$

۴۵ نیروی سطح برآیند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.





با توجه به رابطه نیروی سطح، نیروی $\vec{F}$ را به دست می آوریم:

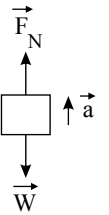
$$\begin{aligned} \frac{F_N = W + F}{f_k = \mu_k F_N} \rightarrow R &= \sqrt{(W + F)^2 + (\mu_k(W + F))^2} \\ \mu_k &= \frac{3}{4} \\ \Rightarrow R &= (W + F) \sqrt{1 + \mu_k^2} \xrightarrow{W = 2 \times 10 = 20 \text{ N}, R = 150 \text{ N}} 150 = (20 + F) \sqrt{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} \Rightarrow 150 = (20 + F) \left(\sqrt{\frac{25}{16}}\right) \\ \Rightarrow 20 + F &= \frac{150 \times 4}{5} \Rightarrow F = 100 \text{ N} \end{aligned}$$

اکنون قانون دوم نیوتون را برای جسم m می نویسیم:

$$F - \mu_k F_N = ma \xrightarrow{F_N = W + F = 120 \text{ N}} 100 - 120 \times \frac{3}{4} = 2a \Rightarrow a = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$$

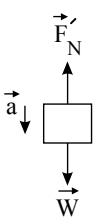
الف) در حالتی که شتاب متحرک به سمت بالا است، نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می شود، به سمت بالاست و نیرویی که از طرف جسم به فنر وارد می شود به سمت پایین است. با توجه به قانون دوم نیوتون، اندازه نیروی فنر را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} F_N - W &= ma \\ \Rightarrow F_N &= m(g + a) \xrightarrow{m = 1,2 \text{ kg}, g = 10 \frac{N}{kg}} \\ a &= \frac{5}{2} \frac{m}{s^2} \\ F_N &= 1,2 \times 12 = 14,4 \text{ N} \xrightarrow{F_N = -F_e, k = 400 \frac{N}{m}} \\ F_e &= k \Delta x, \Delta x = L_1 - L_0 \\ 400(L_1 - L_0) &= -14,4 \Rightarrow L_1 = \frac{-14,4}{400} + L_0 \quad (I) \end{aligned}$$



ب) در حالتی که شتاب متحرک به سمت پایین است، نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می شود به سمت بالا است. با نوشتن قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{aligned} W - F'_N &= ma' \Rightarrow F'_N = m(g - a') \\ g &= 10 \frac{N}{kg}, a' = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2} \\ \xrightarrow{m = 1,2 \text{ kg}} F'_N &= 1,2 \times (10 - \frac{5}{2}) = 9,6 \text{ N} \\ F'_e &= -F'_N, \Delta x = L_2 - L_0 \\ F'_e &= k \Delta x' \xrightarrow{k = 400 \frac{N}{m}} -9,6 = 400(L_2 - L_0) \\ \Rightarrow L_2 &= -\frac{9,6}{400} + L_0 \quad (II) \\ L_1 - L_2 &= \left(-\frac{14,4}{400} + L_0\right) - \left(-\frac{9,6}{400} + L_0\right) \\ \Rightarrow L_1 - L_2 &= \frac{-6}{400} m = -1,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

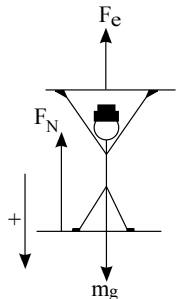


۴۷) نیروهای وارد بر شخص را مشخص می کنیم. شخص فنر را به سمت پایین می کشد. بنابراین مطابق قانون سوم نیوتون عکس العمل این نیرو به شخص و به سمت بالا وارد می شود.

$$F_e = k \Delta x \xrightarrow{\Delta x = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}} F_e = 500 \times 0,15 = 75 \text{ N} \xrightarrow{k = 500 \frac{N}{m}}$$

با در نظر گرفتن جهت مثبت حرکت به سمت پایین، با نوشتن قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} F_{net} &= ma \Rightarrow mg - F_N - F_e = ma \\ \Rightarrow 600 - N - 75 &= 60 \times 2 \Rightarrow N = 405 \text{ N} \end{aligned}$$



۴۸) ۱ ۲ ۳ ۴

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma$$

$$a = -\mu_k g = -0,1 \times 10 = -1 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad V^2 - 100 = 2 \times (-1) \times 32$$

$$v^2 - 100 = -64 \quad v^2 = 36 \quad v = 6 \text{ m/s}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

در حالت اول $F - f_k = ma$

$$20 - \mu_k mg = ma \Rightarrow 20 - 0.4 \times 40 = 4a \quad a = 1 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 = 1 \times 10 = 10 \text{ m/s}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 100 = 50 \text{ m}$$

در حالت دوم $-f_k = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -4 \text{ m/s}^2$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 100 = 2(-4)\Delta x \quad \Delta x_2 = 12.5 \text{ m}$$

$$\Delta x_T = 50 + 12.5 = 62.5$$

ابتدا باید مشخص کرد که جسم توسط این نیرو به حرکت در می‌آید و یا خیر؟ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

$$f_{s \max} = \mu_s N = \mu_s mg = 0.8 \times 8 \times 10 = 64 \text{ N}$$

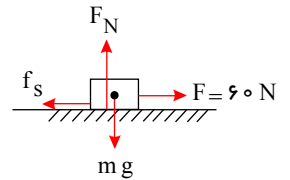
مقدار نیروی محرک در این مسئله ۶۰ N است که قادر به غلبه بر اصطکاک ایستایی ماکزیم نیست. پس جسم حرکت نمی‌کند.

$$F_{netx} = 0 \Rightarrow f_s = F = 60 \text{ N}$$

اما نیروی سطح برآیند نیروی عمود بر سطح و نیروی اصطکاک است.

$$F_{nety} = 0 \Rightarrow F_N = mg = 80 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100 \text{ N}$$

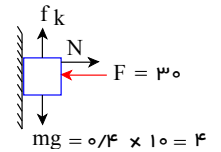


۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

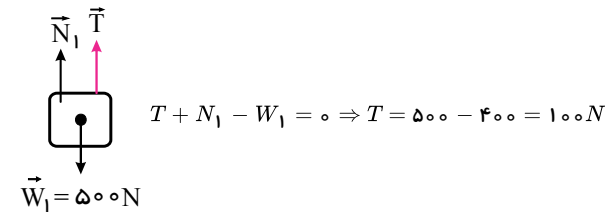
$$f_k = \mu F_N = \mu F = 0.1 \times 30 = 3$$

$$mg - f_k = ma$$

$$4 - 3 = 0.4a \Rightarrow a = 2.5 \text{ m/s}^2$$

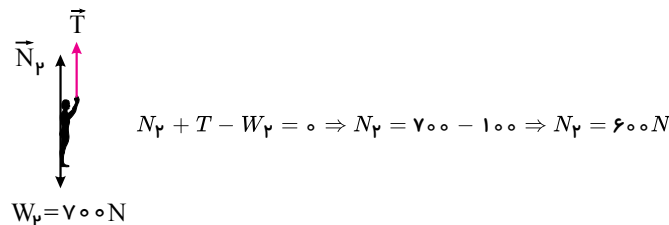


پله اول: نیروهای وارد بر جسم ۵۰ کیلوگرمی را در شکل روبه‌رو رسم کرده‌ایم. N_1 همان عددی است که باسکول A نمایش می‌دهد: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲



پله دوم: حالا نیروهای وارد بر شخص را رسم می‌کنیم و برایش $\sum F = 0$ را می‌نویسیم:

(N_2 نیرویی است که باسکول ۲ نمایش می‌دهد.)



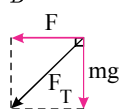
نیروهایی که سطوح A و B وارد می‌کنند، $\vec{F}_{NB}$ و $\vec{F}_{NA}$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

برآیند نیروهایی که به جسم وارد می‌شود صفر است.

$$\sum F = 0 \Rightarrow \vec{F}_{NA} + \vec{F}_{NB} + \vec{mg} + \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{NA} + \vec{F}_{NB} = -\vec{mg} - \vec{F}$$

اندازه برآیند $\vec{F}_{NA} + \vec{F}_{NB}$ با بزرگی برآیند $\vec{F}$ و mg برابر است.

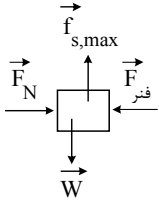
$$F_T = \sqrt{F^2 + mg^2} = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500 \text{ N}$$





۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

با توجه به نیروهای وارد بر جسم در شکل مقابل و با توجه به اینکه جسم در آستانه حرکت به سمت پایین قرار دارد، نیروی خالص در راستای افقی و قائم صفر است و می توان نوشت:



$$(1) \quad F_N = F_{\text{فتر}} \quad \text{در راستای محور } x$$

$$(2) \quad f_{s,\max} = W \quad \text{در راستای محور } y$$

با توجه به رابطه (۲) می توان نوشت:

$$f_{s,\max} = W \Rightarrow \mu_s F_N = mg \Rightarrow \mu_s F_{\text{فتر}} = mg \Rightarrow 0.4 \times F_{\text{فتر}} = 20 \Rightarrow F_{\text{فتر}} = 50 \text{ N}$$

از طرفی داریم:

$$F_{\text{فتر}} = kx \Rightarrow 50 = 1000 \times x \Rightarrow x = 0.05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

x در رابطه $F_{\text{فتر}} = kx$ ، جابه جایی فنر از حالت عادی است که چون فنر فشرده شده است، پس طول ثانویه فنر برابر خواهد بود با:

$$\text{طول ثانویه فنر} = 13 - 5 = 8 \text{ cm}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵ می دانیم شیب خط مماس بر نمودار تکانه بر حسب زمان در هر لحظه، اندازه ی برآیند نیروی وارد بر جسم در آن لحظه را نشان می دهد ($\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$) بنابراین

مطابق نمودار سوال، از لحظه ی ۰ تا $t_1 = 15 \text{ s}$ ، برآیند نیروهای وارد بر جسم ثابت و برابر با $F_1 = \frac{30 - 0}{15 - 0} = 2 \text{ N}$ و از لحظه ی $t_1 = 15 \text{ s}$ تا لحظه ی $t_2 = 20 \text{ s}$ برآیند نیروهای

وارد بر جسم ثابت و برابر با $F_2 = \frac{0 - 30}{20 - 15} = -6 \text{ N}$ بوده است. چون از لحظه ی $t = 15 \text{ s}$ به بعد نیروی $\vec{F}$ قطع شده است، بنابراین در راستای افق فقط نیروی اصطکاک جنبشی بر جسم

اثر می کند که اندازه ی آن برابر با $f_k = 6 \text{ N}$ است. بنابراین در بین لحظه های ۰ تا $t_1 = 15 \text{ s}$ می توان نوشت:

$$F - f_k = 2 \xrightarrow{f_k=6\text{N}} F - 6 = 2 \Rightarrow F = 8 \text{ N}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

با توجه به مفهوم ضربه (نیرو) و تغییرات سرعت داریم:

$$|\vec{F}| \cdot \Delta t = m|\Delta v| \Rightarrow 3 \times 4 = 2(v - 5) \Rightarrow v - 5 = 6 \Rightarrow v = 11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$|\vec{p}_2| = m|\vec{v}| \Rightarrow |\vec{p}_2| = 2 \times 11 = 22 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

$$\begin{cases} v_1 = v \\ v_2 = -\frac{1}{3}v \end{cases} \Rightarrow \Delta v = v_2 - v_1 = -\frac{1}{3}v - v = -\frac{4}{3}v$$

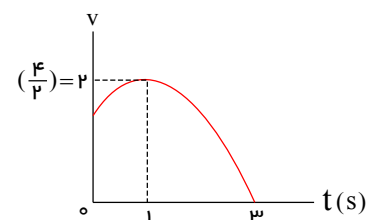
$$\Delta p = m\Delta v \Rightarrow \Delta p = -\frac{4}{3}mv \xrightarrow{p_1=mv} \Delta p = -\frac{4}{3}p_1 = -\frac{4}{3} \times 24 = -32 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$\left| \frac{\vec{F}}{\Delta t} \right| = \left| \frac{\Delta p}{\Delta t} \right| \Rightarrow \left| \vec{F} \right| = \frac{32}{2} = 16 \text{ N}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸ نکته: نمودار $v - t$ و $p - t$ کاملاً فرم یکسانی دارند، فقط اعداد روی محور p ، m برابر اعداد روی محور v می باشند.

با توجه به نکات معادله درجه ۲ (روش انتقال) داریم:

$$v = -\frac{1}{2}(t - 1)^2 + 2 \xrightarrow{t=0} v_0 = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



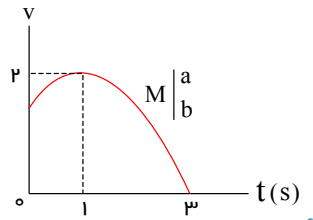
نکته ریاضی: (نوشتن معادله سهمی به روش انتقال)



$$y = k(x - a)^2 + b \Rightarrow v = k(t - 1)^2 + 2$$

جایگذاری $t=3$

$$\xrightarrow{v=0} 0 = k(3 - 1)^2 + 2 \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$$



بنابراین معادله سرعت - زمان برابر است با:

$$v = -\frac{1}{2}(t - 1)^2 + 2$$

شیب نمودار تکانه - زمان برابر با نیروی برآیند وارد بر جسم است، داریم:

$$\left| \vec{F}_{\text{برآیند}} \right| = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow{p_1=0, t_1=0s} \left| \vec{F}_{\text{برآیند}} \right| = \frac{16 - (0)}{8 - 0} = 2N$$

$$F_{\text{برآیند}} = F - f_k \xrightarrow{f_k = \mu_k mg = 0.2 \times 2.5 \times 10 = 5N} F = F_{\text{برآیند}} + f_k = 2 + 5 \Rightarrow F = 7N$$

روش اول: در صورتی که سرعت دهنده را برابر v و سرعت گلوله را برابر v' در نظر بگیریم، داریم:

$$m = 40kg, \text{جرم گلوله: } m' = 100g = 0.1kg, K = K' \Rightarrow \frac{p}{p'} = ?$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{K=K'} \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m'v'^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v}{v'}\right)^2 = \frac{m'}{m} = \frac{0.1}{40} = \frac{1}{400} \Rightarrow \frac{v}{v'} = \frac{1}{20}$$

$$p = mv \Rightarrow \frac{p}{p'} = \frac{m}{m'} \times \frac{v}{v'} = \frac{40}{0.1} \times \frac{1}{20} = 20$$

با کمک رابطه‌ی بین انرژی جنبشی و تکانه داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{p=mv} K = \frac{1}{2}m\left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{2m}$$

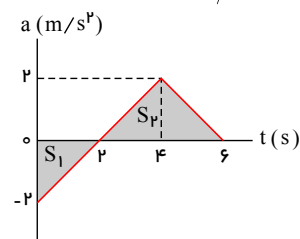
$$\frac{K}{K'} = \left(\frac{p}{p'}\right)^2 \times \left(\frac{m'}{m}\right) \xrightarrow{K=K'} 1 = \left(\frac{p}{p'}\right)^2 \times \left(\frac{0.1}{40}\right) \Rightarrow \left(\frac{p}{p'}\right)^2 = 400 \Rightarrow \frac{p}{p'} = 20$$

۶۱ بنا به رابطه $p = mv$ برای محاسبه اندازه تکانه در لحظه $t = 6s$ باید سرعت در این لحظه را به دست آوریم. چون شتاب حرکت ثابت نیست. مساحت سطح محصور بین نمودار شتاب-زمان و محور زمان که برابر با Δv است را محاسبه کرده و سپس از رابطه $\Delta v = v - v_0$ سرعت را حساب کنیم.

$$\Delta v = S_1 + S_2 = \frac{-2 \times 2}{2} + \frac{(6-2) \times 2}{2} \Rightarrow \Delta v = -2 + 4 = 2 m/s$$

$v_0 = 4 m/s$

$$\Delta v = v - v_0 \xrightarrow{\Delta v = 2 m/s} 2 = v - 4 \Rightarrow v = 6 m/s$$



حال اندازه تکانه را حساب می‌کنیم.

$$p = mv \xrightarrow{m=2kg, v=6m/s} p = 2 \times 6 = 12 kg \cdot m/s$$

۶۲ انرژی جنبشی جسم در حالت دوم ۹ برابر شده است. با توجه به رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ می‌توان نتیجه گرفت که سرعت جسم در حالت دوم ۳ برابر شده و به $30 \frac{m}{s}$ رسیده است (چرا؟).

$$m = 4kg, v_1 = 10 \frac{m}{s}, v_2 = 3v_1 = 30 \frac{m}{s} \Rightarrow p_2 - p_1 = ?$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = mv_1 = 4 \times 10 = 40 \frac{kgm}{s} \\ p_2 = mv_2 = 4 \times 30 = 120 \frac{kgm}{s} \end{array} \right. \Rightarrow p_2 - p_1 = 80 \frac{kgm}{s}$$

تکانه در دو حالت



۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳

$$K_2 = K_1 - \frac{v_5}{100} K_1 = K_1 - \frac{3}{4} K_1 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{4} K_1$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2}$$

$$p = m v \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow p_2 = \frac{1}{2} p_1 = \frac{50}{100} p_1$$

روش دوم:

با توجه رابطه K و p داریم:

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{p^2}{2M} \\ K_2 &= K_1 - \frac{3}{4} K_1 = \frac{1}{4} K_1 \\ m_1 &= m_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^2 \times \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{4} K_1}{K_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{p_2^2}{p_1^2} \Rightarrow p_2 = \frac{1}{2} p_1 = \frac{50}{100} p_1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴ با توجه به قانون دوم نیوتون بر حسب تکانه برای نیروی ثابت، داریم:

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{p} = \vec{F}_{net} \Delta t \Rightarrow \Delta p = -5 \times 2 \Rightarrow \Delta p = -10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Rightarrow p_2 - p_1 = -10 \Rightarrow p_2 - 4 \times 10 = -10 \Rightarrow p_2 = 30 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵ می‌دانیم که مساحت محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر تغییرات تکانه جسم است.

$$S_{\text{دو زنگه}} = \left(\frac{2+5}{2} \right) \times 10 = 35 \rightarrow \Delta p = 35 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از طرفی داریم:

$$|\vec{F}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{p}|}{\Delta t} = \frac{35}{5} = 7 \text{ N}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶

$$\left\{ \begin{aligned} K_1 &= \frac{1}{2} m v_1^2 \\ K_2 &= \frac{1}{2} m (v_1 + 4)^2 \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{v_1^2}{(v_1 + 4)^2} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{v_1^2}{(v_1 + 4)^2} \Rightarrow v_1 = 2 \Rightarrow p_1 = 2 \times 5 = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷ می‌دانیم که سطح محصور بین منحنی $F-t$ و محور زمان معرف تغییرات تکانه‌ی جسم است. بنابراین:

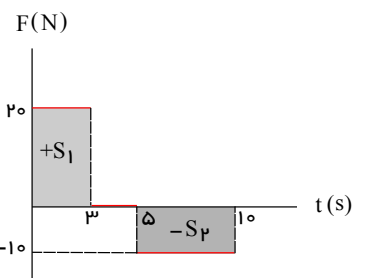
$$\Delta p = S_1 - S_2$$

$$\Delta p = (20 \times 3) - (5 \times 10) = 10 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta p = m \cdot \Delta v \text{ از طرفی}$$

$$10 = 2(v_2 - 10)$$

$$5 = v_2 - 10 \Rightarrow v_2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸ با توجه به آن که نیروی وارد بر جسم در خلاف جهت حرکت آن است بنابراین جسم متوقف شده و تغییر جهت می‌دهد.

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= -4 \text{ m/s} \Rightarrow p_1 = m v_1 = -12 \text{ kgm/s} \\ p_2 &= -p_1 = 12 \text{ kgm/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta p = 24 \text{ kgm/s}$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow 20 = \frac{24}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1.2 \text{ s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

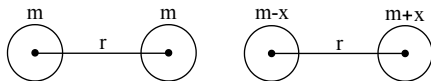
طبق رابطه $g = \frac{G M_e}{r^2}$ داریم:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \leftarrow \text{حجم کره}$$

$$V = 8 V_e \Rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 = 8 \times \frac{4}{3} \pi R_e^3 \Rightarrow R = 2 R_e$$

$$g = \frac{GM}{R^2} = G \times \frac{4 M_e}{(2 R_e)^2} = G \frac{4 M_e}{4 R_e^2} \Rightarrow g = g_e = 9.8 \text{ m/s}^2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰ با استفاده از قانون گرانش نیوتون ($F = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$) داریم:



$$F' = \frac{75}{100} F \Rightarrow G \frac{(m-x)(m+x)}{r^2} = \frac{75}{100} G \frac{m \times m}{r^2} \Rightarrow (m^2 - x^2) = \frac{3}{4} m^2$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4x^2 = 3m^2 \Rightarrow m^2 = 4x^2 \Rightarrow x = \frac{m}{2}$$

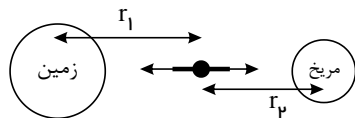
بنابراین باید ۵۰٪ از جرم یکی کم کرده و به دیگری اضافه کنیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{2R_e}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$W' = \frac{1}{4} mg \Rightarrow W' = \frac{1}{4} \times 80 \times 9.8 = 196(N)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲



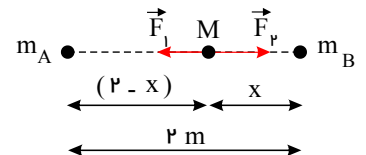
$$F_{\text{زمین}} = F_{\text{مریخ}} \Rightarrow \frac{GmM_{\text{زمین}}}{r_1^2} = \frac{GmM_{\text{مریخ}}}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{r_1^2} = \frac{1}{r_2^2} \Rightarrow r_1 = 3r_2$$

مطابق شکل زیرو با استفاده از قانون گرانش نیوتون، داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳

$$F_1 = \frac{1}{3} F_2 \Rightarrow G \frac{m_A M}{(2-x)^2} = \frac{1}{3} G \frac{m_B M}{x^2} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{3} \left(\frac{2-x}{x}\right)^2$$



$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \left(\frac{2-x}{x}\right)^2 \Rightarrow 2-x = 2x \Rightarrow x = \frac{2}{3} m = \frac{200}{3} cm$$

با استفاده از رابطه مقایسه‌ای شتاب گرانش برای دو نقطه مختلف داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴

$$g = \frac{GM_e}{(h+R_e)^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{h_1+R_e}{h_2+R_e}\right)^2 = \left(\frac{R_e+R_e}{3R_e+R_e}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

با استفاده از قانون گرانش نیوتون برای محاسبه‌ی اندازه‌ی شتاب گرانی در سطح یک سیاره داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵

$$M_A = 10 M_B$$

$$v_A = 27 v_B \Rightarrow \frac{4}{3} \pi R_A^3 = 27 \left(\frac{4}{3} \pi R_B^3\right) \Rightarrow R_A = 3 R_B$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{10 M_B}{M_B} \times \left(\frac{R_B}{3 R_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{10}{9}$$

نیروی لازم برای حرکت دایره‌ای یکنواخت ماهواره به دور زمین توسط نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره تأمین می‌شود. داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

$$F = G \frac{m M_e}{r^2} \Rightarrow mg = G \frac{m M_e}{r^2} \Rightarrow g = G \frac{M_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g}{g_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2$$

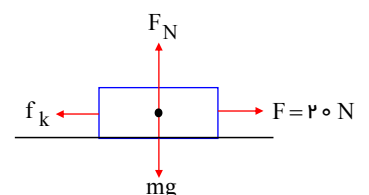
$$\Rightarrow \frac{0.36 g_0}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + R}\right)^2 \Rightarrow 0.6 = \frac{R_e}{R_e + R} \Rightarrow \frac{R}{R_e} = \frac{2}{3}$$

با توجه به شکل رو به‌رو شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma_1$$

$$\Rightarrow F - \mu_k mg = ma_1 \Rightarrow 20 - 0.3 \times 4 \times 10 = 4 \times a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$$



سرعت جسم در لحظه‌ی $t = 3s$ برابر است با:

$$v_1 = a_1 t + v_0 \Rightarrow v_1 = \frac{2}{5} \times 3 + 0 = \frac{6}{5} \frac{m}{s}$$



در نتیجه جابه جایی جسم بعد از ۳s برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{v_0 + v_1}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{0 + 6}{2} \times 3 = 9m$$

اگر در این لحظه ($t = 3s$) نیروی F قطع شود. جسم در اثر نیروی اصطکاک جنبشی بعد از مدتی متوقف می شود که می توان نوشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 0 - f_k = ma_2 \Rightarrow -\mu_k mg = ma_2 \Rightarrow a_2 = -0.3 \times 10 = -3 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین جابه جایی جسم از لحظه $t = 3s$ تا توقف کامل برابر است با:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2 \Delta x_2 \Rightarrow 0 - (6)^2 = 2(-3) \times \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 6m$$

در نتیجه کل جابه جایی جسم از شروع حرکت تا توقف کامل برابر است با:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 9 + 6 = 15m$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون در هر مرحله داریم:

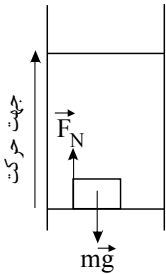
$$mg - T_1 = ma_1 \Rightarrow T_1 = m(g - a_1) \Rightarrow k(L_1 - L_0) = m(g - a_1) \quad (1)$$

$$T_2 - mg = ma_2 \Rightarrow T_2 = m(g + a_2) \Rightarrow k(L_2 - L_0) = m(g + a_2) \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} k(L_2 - L_0) - k(L_1 - L_0) = m(g + a_2) - m(g - a_1) \Rightarrow k(L_2 - L_1) = 2ma$$

$$\Rightarrow k(L_2 - L_1) = 2ma \Rightarrow k = \frac{2ma}{L_2 - L_1} = \frac{2 \times 2 \times 2}{(16 - 14) \times 10^{-2}} \Rightarrow k = 400 \frac{N}{m}$$

زمانی که آسانسور رو به بالا حرکت می کند، نیروی عمودی کف آسانسور که بر شخص وارد می شود برابر است با:



$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow a = \frac{F_N - mg}{m} \Rightarrow F_N = m(g + a)$$

$$\frac{F_{N1}}{F_{N2}} = \frac{m(g + a_1)}{m(g + a_2)} \xrightarrow{a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2-0}{1} = 2m/s^2} \frac{F_{N1}}{F_{N2}} = \frac{10 + 2}{10 - 1} \Rightarrow \frac{F_{N1}}{F_{N2}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

در مرحله دوم حرکت آسانسور یکنواخت و نیروسنج وزن واقعی جسم را نشان می دهد.

$$\text{طبق نمودار: } W = mg = 600 N \Rightarrow m = 60 kg$$

$$\begin{cases} F_{N1} = m(g + a) = m\left(g + \frac{v}{2}\right) \\ F_{N2} = m(g + (-a)) = m(g - a) = m\left(g - \frac{v}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow F_{N1} - F_{N2} = \frac{mv}{2} + \frac{mv}{3} = \frac{5}{6}mv$$

$$200 = \frac{5 \times 60 \times v}{6} \Rightarrow v = 4 m/s$$