

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ متحرک در بازهٔ صفر تا $17s$ در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند و از مکان صفر به مکان $60m$ می‌رود. در لحظهٔ $17s$ تغییر جهت می‌دهد و سپس در بازهٔ $17s$ تا $20s$ در سوی منفی محور x حرکت می‌کند و از مکان $60m$ به مکان صفر باز می‌گردد. بنابراین متحرک در مجموع مسافت $120m$ را در مدت $20s$ پیموده است.

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{120m}{20s} = 6 \frac{m}{s}$$

توجه: در این حرکت کل جابه‌جایی صفر و در نتیجه سرعت متوسط متحرک صفر است.

۲ - گزینه ۲ «گزینه ۱» صحیح است و متحرک در لحظهٔ t_2 تغییر جهت می‌دهد. چون شیب مماس بر نمودار مکان - زمان که همان سرعت لحظه‌ای است، در این لحظه صفر است و شیب خط مماس بر نمودار در دو طرف این لحظه تغییر علامت می‌دهد.

گزینه ۲ «نادرست» است چون شیب مماس بر نمودار مکان - زمان متحرک در لحظهٔ صفر منفی است؛ یعنی در مبدأ زمان سرعت متحرک منفی است و متحرک در خلاف جهت محور x ها در حال حرکت است.

گزینه ۳ «صحیح» است چون هنگام عبور متحرک از مبدأ مکان، جهت بردار مکان تغییر می‌کند و متحرک در لحظات t_1 و t_3 از مبدأ مکان عبور می‌کند.

گزینه ۴ «صحیح» است چون جابه‌جایی جسم از لحظهٔ صفر تا t_4 مثبت است، پس سرعت متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی مثبت است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = x_4 - x_0 > 0} v_{av} > 0$$

۳ - گزینه ۴ سرعت متوسط از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می‌آید که Δx برای هر سه متحرک یکسان است ولی Δt برای متحرک C کمترین است زیرا کمترین مسافت را با تندی ثابت و یکسان می‌پیماید (دقت کنید کمترین فاصلهٔ دو نقطه خط راستی است که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند).

بنابراین $(v_{av})_C$ بیش‌تر از $(v_{av})_A$ و $(v_{av})_B$ است.

۴ - گزینه ۳ برای محاسبهٔ سرعت متوسط، وتر مثلث قائم‌الزاویه را بر زمان کل تقسیم می‌کنیم.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{AC}{9s}$$

ابتدا ضلع BC را محاسبه می‌کنیم:

زمان $\times$ سرعت = مسافت پیموده شده (BC)

$$x = 2,4 \frac{m}{s} \times 5s = 12m$$

حال از رابطهٔ فیثاغورس وتر AC را محاسبه می‌کنیم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 81 + 144$$

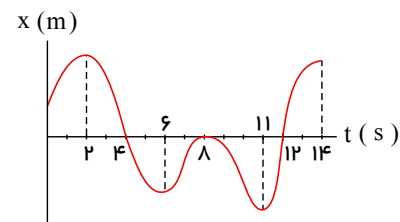
$$AC = 15$$

$$\bar{v} = \frac{15}{9} = 1,66m/s$$

۵ - گزینه ۳ جسم در لحظهٔ $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 7s$ جسم در جهت منفی محور حرکت می‌کند. در این صورت می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-14 - 30}{7 - 3} = -\frac{44}{4} = -11m/s$$

۶ - گزینه ۱



باتوجه به نمودار مکان - زمان حرکت (شکل بالا)، جهت بردار مکان دو بار و در لحظه‌های $4s$ و $12s$ تغییر کرده است (x تغییر علامت داده است) و متحرک در بازه‌های زمانی $2s < t < 6s$ به مدت 4 ثانیه و $8s < t < 12s$ به مدت 3 ثانیه و در مجموع به مدت 7 ثانیه در سوی منفی محور x حرکت کرده است.

پس پاسخ گزینه ۱ است.

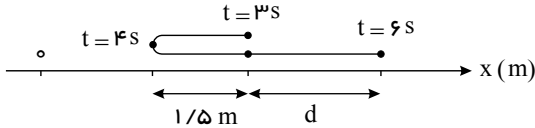


توجه: جهت بردار مکان در لحظه‌هایی تغییر می‌کند که متحرک از مبداء مکان عبور می‌کند و x تغییر علامت می‌دهد و در لحظه‌هایی که متحرک در مبداء مکان قرار می‌گیرد ولی از آن عبور نمی‌کند (مانند لحظه ۸s)، جهت بردار مکان تغییر نکرده است.

همچنین تغییر جهت بردار مکان مفهومی متفاوت نسبت به تغییر جهت حرکت است و نباید با آن اشتباه گرفته شود. در این حرکت جهت حرکت ۴ بار در لحظه‌های ۲s، ۶s، ۸s و ۱۱s تغییر کرده است.

۷ - گزینه ۲ باتوجه به نمودار $x - t$ ، این متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت ($۳s < t < ۶s$)، ابتدا در بازه زمانی $۳s < t < ۴s$ به اندازه ۱٫۵ متر در سوی منفی محور x حرکت می‌کند، سپس در لحظه ۴s تغییر جهت می‌دهد و در بازه زمانی $۴s < t < ۵s$ به اندازه همان ۱٫۵ متر در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند و در نهایت در بازه زمانی $۵s < t < ۶s$ به حرکت در سوی مثبت محور x ادامه می‌دهد.

حرکت متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت را روی محور x به صورت شکل زیر نشان می‌دهیم.



اگر جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت را مطابق شکل d فرض کنیم، مسافت پیموده شده توسط آن برابر $l = d + ۲ \times ۱٫۵m = d + ۳m$ می‌شود و داریم:

$$l = d + ۳m \Rightarrow \frac{l}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} + \frac{۳m}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = v_{av} + \frac{۳m}{۳s} = v_{av} + ۱m/s$$

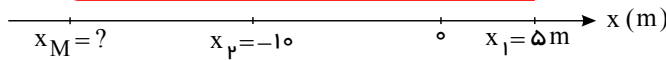
$$s_{av} = ۲٫۵m/s \Rightarrow ۲٫۵m/s = v_{av} + ۱m/s \Rightarrow v_{av} = ۱٫۵m/s$$

بنابراین پاسخ گزینه ۲ است.

توجه: در این سؤال امکان محاسبه مسافت و جابه‌جایی و محاسبه سرعت متوسط از این طریق نیز وجود دارد.

۸ - گزینه ۳

متحرک روی محور x به صورت شکل زیر حرکت کرده است.



مسافتی را که متحرک در سوی منفی محور x حرکت کرده است L_1 و مسافتی را که متحرک در سوی مثبت محور x حرکت کرده است L_2 فرض می‌کنیم.

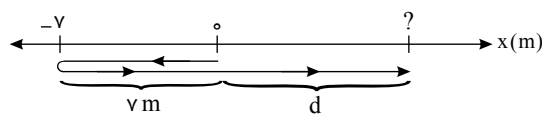
$$\begin{cases} \text{بزرگی جابه‌جایی} = |\Delta x| = |x_P - x_1| = |(-10m) - (5m)| = 15m \\ \text{مسافت طی‌شده} = ۲٫۴ \times ۱۵m = ۳۶m \Rightarrow \text{بزرگی جابه‌جایی} = ۲٫۴ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{بزرگی جابه‌جایی} = L_1 - L_2 \Rightarrow L_1 - L_2 = 15m \\ \text{مسافت طی‌شده} = L_1 + L_2 \Rightarrow L_1 + L_2 = 36m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = 25.5m \\ L_2 = 10.5m \end{cases}$$

باتوجه به شکل بیشترین فاصله متحرک از نقطه شروع حرکت همان L_1 است.

پس پاسخ گزینه ۳ است.

۹ - گزینه ۳ متحرک روی محور x به صورت شکل زیر حرکت کرده است.



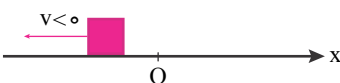
باتوجه به شکل اندازه جابه‌جایی متحرک d و مسافت پیموده‌شده توسط آن $l = d + ۲ \times ۱۴m$ است. یعنی مسافت پیموده‌شده توسط آن ۱۴ متر از اندازه جابه‌جایی آن بیشتر است.

$$l = d + ۱۴m \Rightarrow \frac{l}{\Delta t} = \frac{d + ۱۴m}{\Delta t} \Rightarrow \frac{l}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} + \frac{۱۴}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow s_{av} = v_{av} + \frac{۱۴m}{۱۴s} \Rightarrow s_{av} = v_{av} + ۱m/s$$

۱۰ - گزینه ۴ به مثال‌های نقض گزینه‌های غلط دقت کنید:

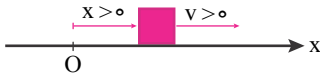
گزینه ۱:



گزینه ۲:

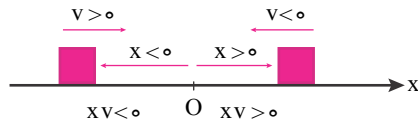


گزینه ۳:

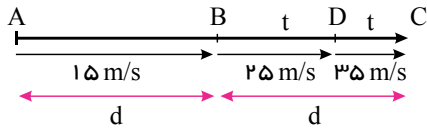


دقت شود که تندى همواره مثبت است.

اما بررسى گزینه ۴، صحیح است:



۱۱ - گزینه ۳ مسیر حرکت سه قسمت دارد $(AB = BC)$:



سرعت متوسط BC برابر است با:

$$\bar{v}_{BC} = \frac{BD + DC}{2t} = \frac{25t + 35t}{2t} = 30 \frac{m}{s}$$

حال سرعت متوسط AC را محاسبه می‌کنیم با این تغییر که کل حرکت B تا C را با یک سرعت $\bar{v}_{BC}$ در نظر می‌گیریم:

$$\bar{v}_{AC} = \frac{d + d}{\frac{d}{\bar{v}_{AB}} + \frac{d}{\bar{v}_{BC}}} = \frac{2}{\frac{1}{15} + \frac{1}{30}} = 20 \frac{m}{s}$$

۱۲ - گزینه ۱

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{d}{2}, \quad d_2 + d_3 = \frac{d}{2} \\ d_2 &= (v_{av})_2 t_2, \quad d_3 = (v_{av})_3 t_3 \end{aligned} \rightarrow ((v_{av})_2 + 2(v_{av})_3) t_2 = \frac{d}{2}$$

$$t_2 = \frac{1}{2} (t_2 + t_3) \Rightarrow t_2 - \frac{1}{2} t_2 = \frac{1}{2} t_3 \Rightarrow \frac{1}{2} t_2 = \frac{1}{2} t_3 \Rightarrow \frac{t_2}{t_3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{d}{2(v_{av})_2 + 4(v_{av})_3}, \quad t_3 = \frac{d}{(v_{av})_2 + 2(v_{av})_3}$$

$$v_{av} = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{d}{\frac{d}{2(v_{av})_1} + \frac{d}{2(v_{av})_2 + 4(v_{av})_3} + \frac{d}{(v_{av})_2 + 2(v_{av})_3}}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{1}{\frac{1}{2(v_{av})_1} + \frac{1}{2(v_{av})_2 + 4(v_{av})_3} + \frac{1}{(v_{av})_2 + 2(v_{av})_3}}$$

$$(v_{av})_1 = 10 m/s, (v_{av})_2 = 4 m/s, (v_{av})_3 = 3 m/s$$

$$\rightarrow v_{av} = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10}} = \frac{20}{4} = 5 m/s$$

۱۳ - گزینه ۲

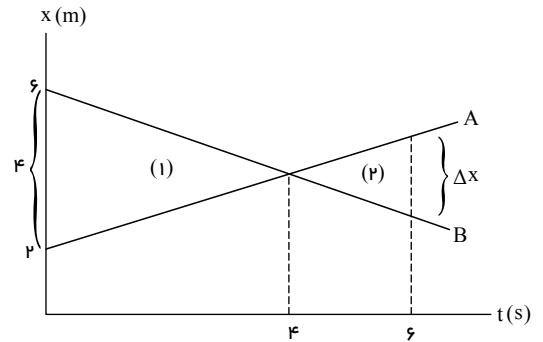
$$\begin{aligned} v_A &= \frac{1 - 4}{1 - 0} = -3 m/s \quad \begin{matrix} x_A = v_A t + x_{0A}, x_{0A} = 4m \\ \rightarrow x_A = -3t + 4 \end{matrix} \\ v_B &= \frac{-4 - (-9)}{1 - 0} = 5 m/s \quad \begin{matrix} x_B = v_B t + x_{0B} \\ x_{0B} = -9m \\ \rightarrow x_B = 5t - 9 \end{matrix} \\ \vec{r}_A &= -2\vec{r}_B \quad \begin{matrix} x_A = -3t + 4 \\ x_B = 5t - 9 \\ \rightarrow -3t + 4 = -2(5t - 9) \end{matrix} \\ \Rightarrow vt &= 14 \Rightarrow t = 2s \Rightarrow \begin{cases} x_A = -2m \\ x_B = 1m \end{cases} \Rightarrow |x_B - x_A| = 3m \end{aligned}$$

۱۴ - گزینه ۲

کافی است از تشابه دو مثلث استفاده کنیم:



$$\frac{\Delta x}{4} = \frac{2}{4} \Rightarrow \Delta x = 2m$$



۱۵ - گزینه ۳ مطابق با نمودار، متحرک A در لحظه $t = 5s$ از مبدأ مکان عبور می کند. معادله مکان - زمان متحرک A را نوشته و مکان متحرک A را در لحظه $t = 10s$ که متحرک B از مبدأ مکان عبور می کند، محاسبه می کنیم:

$$v_A = (v_{av})_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - (-20)}{5 - 0} \Rightarrow (v_{av})_A = 4m/s$$

$$x_A = v_A t + x_0 \Rightarrow x_A = 4t - 20 \xrightarrow{t=10s} x_A = 4 \times 10 - 20 \Rightarrow x_A = 20m$$

۱۶ - گزینه ۲ با توجه به نمودار و استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت، می توان نوشت:

$$x = vt + x_0$$

$$\left. \begin{aligned} 120 &= v_A \times 20 + x_{0A} \\ -60 &= v_B \times 20 + x_{0B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 180 = (v_A - v_B) \times 20 + (x_{0A} - x_{0B})$$

$$\xrightarrow{x_{0A} - x_{0B} = -140m} 180 = (v_A - v_B) \times 20 - 140 \Rightarrow v_A - v_B = 16 \frac{m}{s}$$

۱۷ - گزینه ۱ چون نمودار به صورت خط راست است، بنابراین حرکت متحرک با سرعت ثابت است. ابتدا سرعت متحرک را از روی شیب نمودار تعیین می کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - (-20)}{4 - 0} = \frac{30}{4} = 7.5 m/s$$

$$\begin{aligned} x_0 &= -20m \\ x &= vt + x_0 \xrightarrow{v=7.5m/s, t=10s} x = 7.5 \times 10 - 20 = 55m \end{aligned}$$

$$\vec{d} = x\vec{i} = 55\vec{i}(m)$$

۱۸ - گزینه ۳ ابتدا معادله حرکت دو جسم را به دست می آوریم.

$$v_A = \frac{200}{10} = 20m/s \Rightarrow x_A = 20t - 200$$

$$v_B = -\frac{400}{10} = -40m/s \Rightarrow x_B = -40t + 400$$

با توجه به فاصله داده شده داریم:

$$|\Delta x| = |x_A - x_B| = 200 \Rightarrow |20t - 200 - (-40t + 400)| = 200$$

$$\Rightarrow |60t - 600| = 200 \Rightarrow \begin{cases} 60t - 600 = 200 \Rightarrow 60t = 800 \Rightarrow t_1 = \frac{40}{3}s \\ 60t - 600 = -200 \Rightarrow 60t = 400 \Rightarrow t_2 = \frac{20}{3}s \end{cases}$$

۱۹ - گزینه ۱

$$v_{av} = \frac{d - \frac{d}{3}}{t_1 + t_2} = \frac{\frac{2d}{3}}{\frac{d}{6} + \frac{3}{2}} = \frac{\frac{2d}{3}}{\frac{d}{6} + \frac{3}{2}} = \frac{\frac{2d}{3}}{\frac{d+9}{6}} = \frac{2d}{3} \times \frac{6}{d+9} = \frac{4d}{d+9} = 2m/s$$

۲۰ - گزینه ۱ کل مسیر حرکت را d فرض می کنیم:



$$d_1 = \frac{1}{3}d, \quad v_1 = 30 \frac{m}{s} \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{1}{3}d}{30} = \frac{d}{90} s$$

$$d_2 = \frac{1}{2}d, \quad v_2 = 60 \frac{m}{s} \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{1}{2}d}{60} = \frac{d}{120} s$$

$$d_3 = d - \frac{d}{3} - \frac{d}{2} = \frac{d}{6} \xrightarrow{v_3 = 30 \frac{m}{s}} t_3 = \frac{\frac{d}{6}}{30} = \frac{d}{180} s$$

$$v_{av} = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{d}{\frac{d}{90} + \frac{d}{120} + \frac{d}{180}} = \frac{d}{\frac{9d}{360}} = 40 m/s$$

۲۱ - گزینه ۳ حرکت جسم با سرعت ثابت است، در این صورت می توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-8 - 0}{6 - 4} = -4 m/s$$

برای محاسبه جابه جایی در مدت ۱۰ ثانیه داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} \Rightarrow -4 = \frac{\Delta x'}{10} \Rightarrow \Delta x' = -40 m$$

۲۲ - گزینه ۲ روش اول: شرط به هم رسیدن دو متحرک A و B این است که مکان آنها در یک زمان با هم مساوی شود. پس کافیت معادله مکان دو متحرک را نوشته و مساوی هم قرار دهیم. (می دانیم: $x = vt + x_0$ معادله مکان با سرعت ثابت)

$$x_A = x_B$$

$$\begin{aligned} x_A &= -25t + 700 \\ x_B &= 50 + (-200) \end{aligned} \rightarrow -25t + 700 = +50t - 200 \rightarrow 900 = 75t \rightarrow t = 12(s)$$

روش دوم: به کمک حرکت نسبی می توان نوشت: $\Delta x_{نسبی} = v_{نسبی} \times t$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{نسبی} &= 700 - (-200) - 0 = 900 \\ v_{نسبی} &= 50 - (-25) = 75 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 900 = 75 \times t \rightarrow t = 12s$$

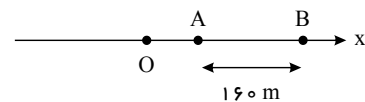
۲۳ - گزینه ۱ حرکت متحرک کندشونده بوده است و در $t = 4s$ تغییر جهت داده است. با توجه به تقارن حرکت با شتاب ثابت قبل و بعد از تغییر جهت، متحرک در $t = 8s$ در مکان اولیه اش $x = 4m$ قرار می گیرد.

۲۴ - گزینه ۴ اگر سرعت اولیه را v_0 و سرعت در نیمه مسیر را v_1 و سرعت در انتهای مسیر را v_2 فرض کنیم، می توان نوشت:

$$\left\{ \begin{aligned} v_1^2 - v_0^2 &= 2a\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow v_1^2 - 0 = ax \\ v_2^2 - v_1^2 &= 2a\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = ax \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_1^2 = v_2^2 - v_0^2$$

$$\Rightarrow 2v_1^2 = v_2^2 \Rightarrow \sqrt{2}v_1 = v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

۲۵ - گزینه ۲



در متن تست قیدشده که سرعت در O صفر می شود و نیز شتاب ثابت است. از این دو مطلب می فهمیم که جهت حرکت ذره از B به طرف A است: $v_A < 0$ و $v_B < 0$ و نیز حرکت کندشونده است یعنی: $a = +2 m/s^2 > 0$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{A \leftarrow B} v_A = v_B + at = v_B + 2 \times 8 \rightarrow \boxed{v_A = v_B + 16} \quad (1)$$

$$\xrightarrow{A \leftarrow B} \text{از طرفی} \Delta x = -160m = \frac{v_A + v_B}{2} \Delta t = \frac{v_A + v_B}{2} \times 8 \rightarrow \boxed{v_A + v_B = -40 m/s} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (v_B + 16) + v_B = -40 \rightarrow 2v_B + 16 = -40 \rightarrow 2v_B = -56 \rightarrow \boxed{v_B = -28 m/s} \rightarrow \boxed{v_A = -12 m/s}$$

بین A و O داریم:

$$v_O^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0^2 - (-12)^2 = 2(2)\Delta x_{AO}$$



فاصله OA برابر ۳۶ متر است. $\rightarrow \Delta x_{AO} = -۳۶m$

۲۶ - گزینه ۱ جهت مثبت را برای هر متحرک به طور جداگانه همان جهت حرکت خودش فرض می‌کنیم.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 + v_{o1}t = \frac{1}{2} \times ۲t^2 + ۱۰t = t^2 + ۱۰t$$

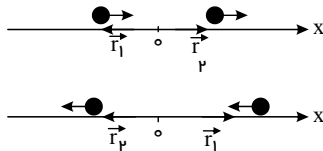
$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}a_2 t^2 + v_{o2}t = \frac{1}{2} \times ۴t^2 + ۲۰t = ۲t^2 + ۲۰t$$

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = ۱۱۲۵ \Rightarrow ۳t^2 + ۳۰t = ۱۱۲۵$$

$$\Rightarrow t^2 + ۱۰t - ۳۷۵ = 0 \Rightarrow t = \frac{-۱۰ \pm \sqrt{۱۰^2 + ۱۵۰۰}}{2} = \frac{-۱۰ \pm ۳۹}{2}$$

$$\Rightarrow t_1 = ۱۵s, t_2 = -۲۵s \Rightarrow t = ۱۵s$$

۲۷ - گزینه ۱



بردار مکان متحرکی که بر خط راست روی محور x ها حرکت می‌کند زمانی تغییر جهت می‌دهد که: $x = 0$ شده و x تغییر علامت دهد؛ مانند:

$$x = t^2 - ۶t + ۹ = (t - ۳)^2 = 0 \Rightarrow t = ۳s$$

اما همواره $x = (t - ۳)^2 \geq 0$ و x تغییر علامت نمی‌دهد پس بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

۲۸ - گزینه ۲ با توجه به معادله مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$x_o = 0 \Rightarrow \Delta x = x$$

$$x = \frac{v^2}{a} - ۲ \Rightarrow \begin{cases} v^2 = ۸x + ۱۶ \\ v^2 = ۲a\Delta x + v_o^2 \end{cases} \Rightarrow ۲a\Delta x = ۸x \Rightarrow ۲ax = ۸x \Rightarrow a = ۴ \frac{m}{s^2}$$

$$v_o^2 = ۱۶ \Rightarrow v_o = \pm ۴ \frac{m}{s} \xrightarrow{\text{حرکت در جهت محور } x} v_o = +۴ \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_o \Rightarrow v_{(t=۲s)} = ۴ \times ۲ + ۴ = ۱۲ \frac{m}{s}$$

۲۹ - گزینه ۴ با استفاده از رابطه $x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_o$ ، شتاب و سرعت اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$x = -۲t^2 + ۱۲t - ۴ \Rightarrow a = -۴, v_o = ۱۲ \frac{m}{s}$$

برای محاسبه مسافت طی شده باید ابتدا لحظه‌ی توقف متحرک را بدست بیاوریم:

$$v = at + v_o \Rightarrow v = -۴t + ۱۲ \xrightarrow{v=0} 0 = -۴t + ۱۲ \Rightarrow t = ۳(s)$$

شرط توقف

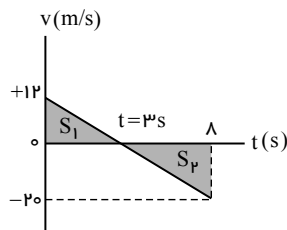
حال مکان متحرک را در لحظات ابتدا، انتها و لحظه‌ی توقف بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \rightarrow x_1 = -۴(0) \\ t_2 = ۳ \rightarrow x_2 = -۲(۳)^2 + ۱۲(۳) - ۴ = -۲۲ \\ t_3 = ۵ \rightarrow x_3 = -۲(۵)^2 + ۱۲(۵) - ۴ = -۳۰ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{(1),(2)} \Delta x_1 = -۲۲ - (-۴) = -۱۸ \\ \xrightarrow{(2),(3)} \Delta x_2 = -۳۰ - (-۲۲) = -۸ \end{cases} \Rightarrow d = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = ۲۶$$

مسافت طی شده برابر مجموع اندازه‌ی جابجایی‌های دو مرحله‌ی می‌باشد.

۳۰ - گزینه ۳ سرعت متحرک از $۱۲m/s$ به $-۲۰m/s$ رسیده پس قطعاً تغییر جهت داریم. برای به دست آوردن مسافت نیاز به محاسبه لحظه تغییر جهت داریم. از نمودار سرعت - زمان استفاده می‌کنیم:



$$\rightarrow v = at + v_o \Rightarrow v = -۴t + ۱۲ \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۲۰ - ۱۲}{۸} = -۴ \frac{m}{s^2}$$

$$\xrightarrow{\text{در لحظه تغییر جهت } v=0} 0 = -۴t + ۱۲ \Rightarrow t = ۳s$$



با توجه به این که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. داریم:

$$S_1 = \frac{12 \times 3}{2} = 18m, |s_2| = \frac{(8-3) \times 20}{2} = 50m$$

بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$d = S_1 + S_2 = 18 + 50 = 68m$$

۳۱ - گزینه ۱

$$x = -t^2 + 4t + 20 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}, v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 = -2t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

در ابتدای حرکت v_0 , علامت مخالف دارند و حرکت کندشونده است و در ادامه در لحظه $t = 2s$ سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد و بعد از آن سرعت منفی و حرکت تندشونده می‌شود.

۳۲ - گزینه ۱

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \times \Delta t \Rightarrow 120 = \frac{v_0 + 5v_0}{2} \times 8 \Rightarrow v_0 = 5 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 5 \times 5 = a \times 8 + 5 \Rightarrow a = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

۳۳ - گزینه ۳

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2}a(6)^2 + 0 - 8 \Rightarrow a = 1$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} \times t^2 - 8 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow t = 4$$

$$V = at + V_0 \Rightarrow V = 1 \times 4 + 0 = 4 \frac{m}{s}$$

۳۴ - گزینه ۳ در لحظه $t = 6s$, چون شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان (سرعت متحرک) صفر است. جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.

از طرفی چون لحظات $t_1 = 3s$ و $t_2 = 9s$ به صورت متقارن در دو طرف لحظه تغییر جهت هستند. بنابراین جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی برابر با صفر است و مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 9s$ دو برابر جابه‌جایی از لحظه $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 9s$ است، یعنی بزرگی جابه‌جایی در هر دو بازه زمانی ۳ ثانیه برابر با $6m$ است.

از لحظه $t = 6s$ تا $t_2 = 9s$ متحرک در مدت $\Delta t = 3s$ ، به اندازه $\Delta x = -6m$ جابه‌جا شده است؛ به کمک رابطه مکان - زمان، شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow -6 = \frac{1}{2}a(3)^2 + 0 \Rightarrow a = -\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$$

از لحظه $t = 6s$ تا لحظه‌ای که متحرک به مبدأ مکان رسیده است، متحرک با سرعت $v_2 = 0$ شروع به حرکت کرده است و $\Delta x' = -54m$ جابه‌جا شده است و در انتها به سرعت v' رسیده

است؛ به کمک رابطه مستقل از زمان v' را به دست می‌آوریم:

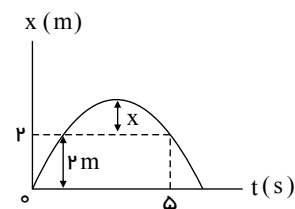
$$v'^2 - v_2^2 = 2a\Delta x'$$

$$\Rightarrow v'^2 - 0 = 2 \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times (-54) \Rightarrow |v'| = 12m/s$$

۳۵ - گزینه ۲ نمودار مکان - زمان به صورت سهمی است، بنابراین اندازه شتاب حرکت در مسیر حرکت ثابت است. از طرف دیگر خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 0$ افقی است، بنابراین متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \frac{v_2^2 - v_0^2}{v_2^2 - v_0^2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \Rightarrow \frac{v_2^2 - 0}{v_1^2 - 0} = \frac{0 - (-12)}{-8 - (-12)} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{3}$$

۳۶ - گزینه ۳



با توجه به این که سهمی نسبت به خطی که از رأس آن می‌گذرد، متقارن بوده و سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک به ترتیب به جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک بستگی دارد. می‌توان نوشت:

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\Delta t}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = 3 \Rightarrow \ell = 3\Delta x \Rightarrow 2 + x + x = 3 \times 2 \Rightarrow x = 2m$$

$$x_{max} = 2 + x = 2 + 2 = 4m$$



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$t = 1s \Rightarrow \Delta x = 2_0 \Rightarrow 2_0 = \frac{1}{2}a + v_0$$

$$t = 5s \Rightarrow \Delta x = -3_0 \Rightarrow -3_0 = \frac{25}{2}a + 5v_0$$

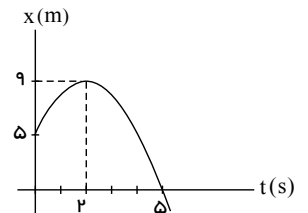
$$\begin{cases} 2_0 = \frac{1}{2}a + v_0 \\ -6 = \frac{5}{2}a + v_0 \end{cases} \Rightarrow 2_0 - (-6) = \frac{1}{2}a - \frac{5}{2}a$$

$$26 = -2a \Rightarrow \begin{cases} a = -13m/s^2 \\ v_0 = 26.5m/s \end{cases}$$

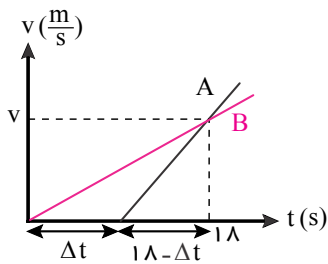
۳۸ - گزینه ۳ ابتدا نمودار مکان - زمان که یک سهمی است را رسم می‌کنیم. مطابق شکل مقابل متحرک در بازه زمانی $2 \leq t \leq 5$ در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

$$t = 2 \Rightarrow x = 9m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-9}{3} = -3m/s$$

$$t = 5 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow |v_{av}| = 3m/s$$



۳۹ - گزینه ۳ پله اول: با توجه به شکل روبه‌رو، شتاب دو حرکت (یعنی شیب نمودارها) را پیدا می‌کنیم:



$$a_B = \frac{v}{18}, \quad a_A = \frac{v}{18 - \Delta t}$$

پله دوم: دو متحرک در لحظه $t' = 3_0$ به هم رسیده‌اند، پس با جای‌گذاری داشته‌هایمان در معادله مکان و برابر قرار دادن معادله‌های مکان دو متحرک، جواب به‌دست می‌آید: (در نمودار می‌بینیم که سرعت اولیه دو متحرک صفر است).

$$\Rightarrow \Delta t^2 - 1_0 \Delta t = 0 \Rightarrow \Delta t = 0, \Delta t = 1_0s$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}a_A(t - \Delta t)^2 = \frac{1}{2}a_B t^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{v}{18 - \Delta t}\right)(3_0 - \Delta t)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{v}{18}\right) \times (3_0)^2$$

۴۰ - گزینه ۲ معادله سرعت متوسط برحسب زمان در حرکت شتاب ثابت به‌صورت $v = \frac{1}{2}at + v_0$ است.

شیب نمودار بنابراین $\frac{a}{2} +$ و عرض از مبدأ v_0 است.

$$v_0 = +4 \frac{m}{s}$$

$$\frac{a}{2} = -\tan \alpha = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -1 \frac{m}{s^2}$$

جهت حرکت در لحظه t' تغییر می‌کند.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -t + 4 \Rightarrow t = 4s$$

ثانیه سوم قبل تغییر جهت است.

$$L = |\Delta x_3| = \left| \frac{(2n-1)a}{2} + v_0 \right| = \left| \frac{(2 \times 3 - 1) \times (-1)}{2} + 4 \right| = 1.5m$$

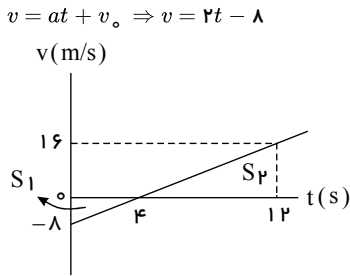
۴۱ - گزینه ۲ چون نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، در لحظه $t = 4s$ مماس بر محور زمان است، بنابراین معادله حرکت متحرک به‌صورت $x = A(t - 4)^2$ خواهد بود. بنابراین برای محاسبه A داریم:

$$x = A(t - 4)^2 \xrightarrow[t=0]{x=16m} 16 = A(0 - 4)^2 \Rightarrow A = 1$$



$$\Rightarrow x = (t - 4)^2 \Rightarrow x = t^2 - 8t + 16 \Rightarrow \begin{cases} v_0 = -8 \frac{m}{s} \\ a = 2 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

بنابراین معادله سرعت و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل زیر است:



مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$l = S_1 + S_2 = \frac{4 \times 8}{2} + \frac{8 \times 8}{2} = 16 + 32 \Rightarrow l = 48 \text{ m}$$

تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{48}{12} = \frac{4}{3} \frac{m}{s}$$

۴۲ - گزینه ۴ چون نمودار مکان - زمان حرکت در مسیر مستقیم به صورت سهمی است، بنابراین شتاب حرکت ثابت است و در نتیجه شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه با شتاب لحظه‌ای برابر است. در بازه زمانی ۴s تا ۸s داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 20 - 4 = \frac{1}{2}a \times 4^2 + 0 \times 4 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

۴۳ - گزینه ۴ مطابق با نمودار، متحرک در لحظه $t = 3s$ تغییر جهت می‌دهد و بنابراین داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 3 + v_0 \Rightarrow v_0 + 3a = 0 \quad (1)$$

جابه‌جایی متحرک در ۸ ثانیه ابتدایی حرکت برابر با $16m$ - است.
بنابراین:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow -16 = \frac{1}{2} \times a \times 8^2 + v_0 \times 8 \Rightarrow v_0 + 4a = -2 \quad (2)$$

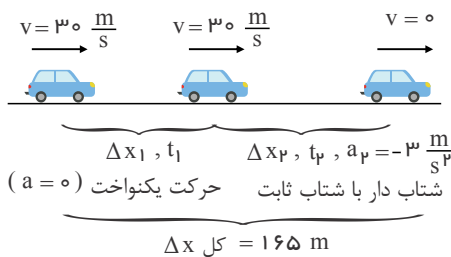
با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$a = -2 \frac{m}{s^2}, \quad v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

در لحظه $t = 8s$ جهت بردار مکان متحرک تغییر می‌کند، بنابراین تندی متحرک در این لحظه برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 8 + 6 \Rightarrow v = -10 \frac{m}{s} \Rightarrow s = 10 \frac{m}{s}$$

۴۴ - گزینه ۴ در مدت زمان واکنش راننده (t_1) متحرک با سرعت ثابت ($v = 108 \frac{km}{h} = 30 \frac{m}{s}$) حرکت می‌کند و در مدت زمان ترمز (t_2) اتومبیل با شتاب ثابت (کندشونده) حرکت می‌کند.



ابتدا جابجایی متحرک در مرحله‌ی دوم را با استفاده از رابطه $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ محاسبه می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 900 = 2(-3)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 150 \text{ m}$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 165 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_1 + 150 = 165 \Rightarrow \Delta x_1 = 15 \text{ m}$$

$$\Delta x_1 = vt_1 \Rightarrow 15 = 30t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2} \text{ s}$$

برای محاسبه‌ی زمان حرکت متحرک در مرحله‌ی دوم از معادله $v = at + v_0$ استفاده می‌کنیم.

$$v = a_2 t_2 + v_0 \xrightarrow[v_0 = 30]{v = 0} 0 = (-3)t_2 + 30 \Rightarrow t_2 = 10 \text{ s}$$



$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{1} = 10 \text{ برابر است با: } 20$$

۴۵ - گزینه ۴ روش اول:

$$v_0 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow -2t + 30 = 0 \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{15} = \frac{1}{2}(-2) \times (15)^2 + 30 \times 15 = 225 \text{ m} \\ \Delta x_{13} = \frac{1}{2}(-2) \times (13)^2 + 30 \times 13 = 221 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_{15} - \Delta x_{13} = 225 - 221 = 4 \text{ m}$$

روش دوم: می توان حرکت را برعکس کرد یعنی جسم از حال سکون با شتاب مثبت 2 m/s^2 شروع به حرکت می کند و مسافت طی شده در ۲ ثانیه اول حرکت را می خواهیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 0 = 4 \text{ m}$$

۴۶ - گزینه ۴ ابتدا به کمک معادله مکان - زمان در حرکت ثابت، سرعت را در نقطه A محاسبه می کنیم، داریم:

$$\Delta x_{AB} = \frac{1}{2}at^2 + v_A t \Rightarrow 160 = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 + v_A \times 8 \Rightarrow v_A = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت، داریم:

$$v_A = at' + v_0 \Rightarrow 12 = 2 \times t' + 0 \Rightarrow t' = 6 \text{ s}$$

۴۷ - گزینه ۳

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t$$

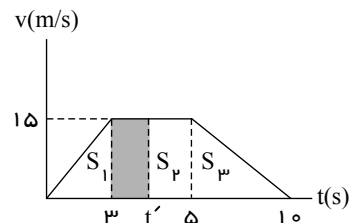
$$5 = \frac{0 + v_0}{2} \times \frac{1}{2} \Rightarrow v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۸ - گزینه ۱ هرگاه متحرک در طی مسیر، نوع حرکت خود را تغییر دهد، بهترین روش برای حل مسئله استفاده از نمودار سرعت - زمان است. متحرک از حال سکون با شتاب $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ حرکت خود را آغاز کرده، پس از ۳ ثانیه سرعت آن به $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می رسد.

($v = at + v_0 = 5 \times 3 + 0 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) از زمان $t = 3 \text{ s}$ تا $t = 5 \text{ s}$ به مدت ۲ s با همین سرعت $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به حرکت خود ادامه داده است. سپس با شتاب ثابت $-3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ترمز گرفته و پس از

۵ ثانیه متوقف شده است. ($v = a't + v'_0 \xrightarrow[v'_0 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}]{v=0, a' = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} t = 5 \text{ s}$) جابه جایی متحرک در کل این مدت برابر است با: (کافی است مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان را بیابید).

$$\Delta x_{0-10 \text{ s}} = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{15 \times 3}{2} + 15 \times 2 + \frac{15 \times 5}{2} = 22.5 + 30 + 37.5 = 90 \text{ m}$$



حال باید زمانی که متحرک 45 m طی کرده است را بیابیم با توجه به این که $S_1 = 22.5 \text{ m}$ و $S_2 = 30 \text{ m}$ است پس در لحظه ای بین $t = 3 \text{ s}$ و $t = 5 \text{ s}$ متحرک 45 m طی کرده است یعنی باید قسمت هاشور خورده 22.5 m شود پس:

$$22.5 = 15(t' - 3) \Rightarrow t' = 4.5 \text{ s} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{45}{4.5} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۹ - گزینه ۳

$$v = 72 \text{ km/h} \div 3.6 = 20 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{v_0}{|a|} \Rightarrow 5 = \frac{20}{|a|} \Rightarrow |a| = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{(20)^2}{2 \times 4} = \frac{400}{8} = 50 \text{ m}$$

۵۰ - گزینه ۳ سرعت متوسط در ۲ ثانیه سوم $4 \leq t \leq 6$ ، برابر سرعت لحظه ای در $t = 5$ است.

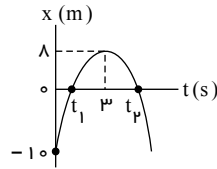
$$4 \leq t \leq 6 \Rightarrow \bar{v} = v_5 \Rightarrow \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20}{2} = 10 \text{ m/s} \Rightarrow v_5 = 10 \text{ m/s}$$



$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=5} 10 = 5 \times (-2) + v_0 \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 400 = 2(-2)\Delta x$$

$$\Delta x = 100 \text{ (m)}$$



$$\Delta x = \frac{v_0 + v_3}{2} \Delta t \Rightarrow 18 = \frac{v_0 + 0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_3 - v_0}{\Delta t} = \frac{0 - 12}{3} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

متحرک در لحظه t_p دارای حرکت تندشونده است و از مبدأ مکان می‌گذرد، زیرا در این لحظه سرعت و شتاب هر دو منفی‌اند. بنابراین به کمک معادله سرعت - جابه‌جایی در بازه زمانی $3s$ تا t_p داریم:

$$v_{t_p}^2 = v_3^2 + 2a\Delta x \Rightarrow v_{t_p}^2 = 0 + 2(-4)(0 - 18) \Rightarrow |v_{t_p}| = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به این‌که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه t_p منفی است، بنابراین متحرک در لحظه t_1 دارای حرکت کندشونده و در لحظه t_p دارای حرکت تندشونده است، در نتیجه داریم:

$$v_{t_p} = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۲ - گزینه ۱

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$t = 2s \Rightarrow \Delta x(دو ثانیه اول) = 2a + 2v_0 = 12 \Rightarrow a + v_0 = 6, 5(I)$$

$$\begin{cases} t = 4s \Rightarrow \Delta x_4 = 8a + 4v_0 \\ t = 6s \Rightarrow \Delta x_6 = 18a + 6v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x(دو ثانیه سوم) = \Delta x_6 - \Delta x_4 = 10a + 2v_0 = 25 \Rightarrow 5a + v_0 = 12, 5(II)$$

$$I, II \Rightarrow 4a = 12, 5 - 6, 5 \Rightarrow a = 1, 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

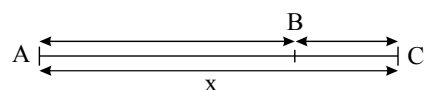
۵۳ - گزینه ۱ متحرک $\frac{1}{9}$ ابتدایی مسیر را در مدت t_1 و بقیه آن را در مدت t_2 طی کرده است. بنابراین کل مسیر را در مدت $(t_1 + t_2)$ طی کرده است. در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$v_0 = 0 \rightarrow \frac{\Delta x'}{\Delta x} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{9}d}{d} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_1}{t_1 + t_2} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 2$$

۵۴ - گزینه ۱ مطابق شکل حرکت متحرک را بین سه نقطه A ، B و C در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \Delta t_1 \\ \Delta x_1 = \frac{5}{6}x \end{cases} \quad \begin{cases} (v_{av})_{BC} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \Delta t_2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{6}x \end{cases}$$



$$(v_{av})_{AC} = \frac{\Delta x}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x_1}{(v_{av})_{AB}} + \frac{\Delta x_2}{(v_{av})_{BC}}} = \frac{x}{\frac{\frac{5}{6}x}{10} + \frac{\frac{1}{6}x}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{24}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

به کمک رابطه $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ برای قسمت‌های مختلف حرکت داریم:



$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = \frac{v_A + v_B}{2} = 10 \Rightarrow v_A + v_B = 20 \frac{m}{s} & (1) \\ (v_{av})_{BC} = \frac{v_B + v_C}{2} = 4 \Rightarrow v_B + v_C = 8 \frac{m}{s} & (2) \\ (v_{av})_{AC} = \frac{v_A + v_C}{2} = 8 \Rightarrow v_A + v_C = 16 \frac{m}{s} & (3) \end{cases}$$

به کمک این سه معادله داریم:

$$(1) - (2): (v_A + v_B) - (v_B + v_C) = 20 - 8 \Rightarrow v_A - v_C = 12 \quad (4)$$

$$(4) + (3): (v_A + v_C) + (v_A - v_C) = 16 + 12 \Rightarrow 2v_A = 28 \Rightarrow v_A = 14 \frac{m}{s}$$

۵۵ - گزینه ۳ جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیه متوالی تشکیل یک تصاعد حسابی با قدر نسبت $at^2 = 4a$ می‌دهد.

$$4a = -10 \Rightarrow a = -2.5 m/s^2$$

$$\Delta x = vt - \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 180 = 0 - \frac{1}{2} \times -2.5 \times t^2$$

$$t^2 = \frac{360}{2.5} = \frac{720}{5} = 144 \Rightarrow t = 12(s)$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=12s]{v=0} 0 = -2.5 \times 12 + v_0 \Rightarrow v_0 = 30 m/s$$

$$t = 3 \Rightarrow v = at + v_0 = -2.5 \times 3 + 30 = 22.5 m/s$$

۵۶ - گزینه ۱ در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، جابه‌جایی در ثانیه n ام برابر با $\Delta x_n = \frac{1}{2}a(n-1) + v_0$ می‌باشد. در نتیجه داریم:

$$\Delta x_4 - \Delta x_2 = 4 - 12 = a(4-2) \Rightarrow -8 = 2a \Rightarrow a = -4 m/s^2$$

$$\Delta x_n = \frac{1}{2}a(n-1) + v_0 \Rightarrow \Delta x_2 = 12 = 1.5(-4) + v_0 \Rightarrow v_0 = 18 m/s$$

$$|\Delta x_{\text{کل}}| = \left| \frac{v_0^2}{2a} \right| = \left| \frac{18^2}{2 \times (-4)} \right| = 40.5 m$$

۵۷ - گزینه ۳

راه حل اول: با توجه به رابطه $v = at + v_0$ ، سرعت متحرک را در نقاط A و B به دست می‌آوریم:

$$v_A = at$$

$$v_B = a(t+4) \xrightarrow{v_B=12 \frac{m}{s}} 12 = at + 4a \Rightarrow at = 12 - 4a$$

اکنون با استفاده از رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_A + v_B}{2} = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} \xrightarrow[v_B=12 \frac{m}{s}, \Delta t=4s]{v_A=at, at=12-4a, \Delta x_{AB}=36m} \rightarrow$$

$$\frac{12 - 4a + 12}{2} = \frac{36}{4} \Rightarrow 24 - 4a = 36 \Rightarrow a = -3 \frac{m}{s^2} \xrightarrow[v_B=12 \frac{m}{s}]{v_B=at} 12 = \frac{3}{2}t_B$$

$$\Rightarrow t_B = 8s \Rightarrow \overline{OA} = \overline{OB} - \overline{AB} \xrightarrow[\overline{AB}=36m]{\overline{OB}=\frac{1}{2}at_B^2} \overline{OA} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 8^2 - 36 = 12m$$

راه حل دوم: با استفاده از رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_A + v_B}{2} = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=4s]{v_B=12 \frac{m}{s}, \Delta x_{AB}=36m} v_A = 6 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_A - 0}{t_A - 0} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} \xrightarrow[t_A=4s]{t_B-t_A=4s} t_A = 4s$$

$$\overline{OA} = \frac{0 + v_A}{2} \times t_A = \frac{0 + 6}{2} \times 4 = 12m$$

۵۸ - گزینه ۲ در این سؤال، ۳ نقطه مهم در مسئله داریم، بین B و C (معلوم: x, t, v_C) و بین A و B (معلوم: v_A ، مجهول: x)، پس برای حل معادله بین A و B به a و v_B نیاز داریم که می‌توان از قسمت اول (BC) بدست آورد.

$$BC \text{ شتاب } \Delta x = \frac{v_B + v_C}{2} \times \Delta t \Rightarrow 120 = \frac{v_B + 20}{2} \times 10 \Rightarrow v_B = 4 \frac{m}{s}$$

$$BC \text{ مکان } v_C = at + v_B \Rightarrow 20 = a \times 10 + 4 \Rightarrow a = 1.6 \frac{m}{s^2}$$



حال بین نقاط A و B می توان از معادله مستقل از زمان استفاده کرد:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16 - 0 = 2 \times 1,6 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 5m$$

۵۹ - گزینه ۳

$$\Delta x = vt - \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{v=0} t = 1 \Rightarrow \Delta x_1 = 0 - \frac{1}{2}a \times 1 = -\frac{1}{2}a$$

$$t = 2 \Rightarrow \Delta x_2 = 0 - \frac{1}{2}a \times 4 = -2a$$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{-\frac{1}{2}a}{-2a} = \frac{1}{4}$$

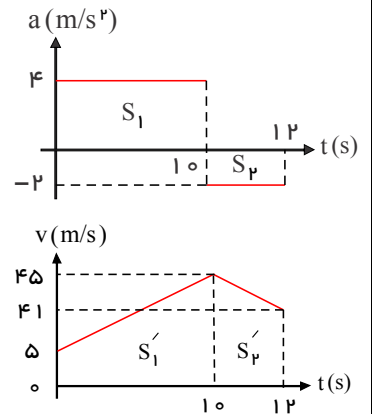
۶۰ - گزینه ۴ برای حل این تست بهترین روش رسم نمودار سرعت زمان از روی نمودار شتاب زمان می باشد.

$$S_1 = \frac{\Delta v}{(\Delta t)} = v_{10} - v_0 \Rightarrow 40 = v_{10} - 5 \Rightarrow v_{10} = 45$$

$$S_2 = \frac{\Delta v}{(10-12)} = v_{12} - v_{10} \Rightarrow -4 = v_{12} - 45 \Rightarrow v_{12} = 41$$

$$\Delta x = S'_1 + S'_2 = \frac{(5+45) \times 10}{2} + \frac{(45+41) \times 2}{2} = 336m$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{336}{12} = 28 \frac{m}{s}$$



۶۱ - گزینه ۲ روش اول: سرعت اولیه متحرک را v_0 در نظر می گیریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}(2)(2)^2 + v_0 \times 2 = 4 + 2v_0$$

سرعت متحرک بعد از دو ثانیه

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 2 + v_0 = 4 + v_0$$

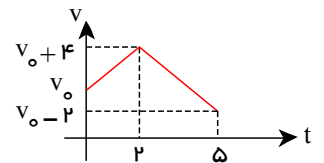
$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times (-2)(3)^2 + (4 + v_0) \times 3 \Rightarrow \Delta x_2 = -9 + 12 + 3v_0 = 3 + 3v_0$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 4 + 2v_0 + 3 + 3v_0 = 7 + 5v_0$$

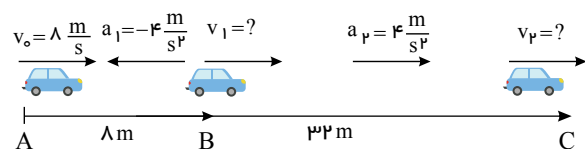
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 6,4 = \frac{7 + 5v_0}{5} \Rightarrow 5v_0 + 7 = 32 \Rightarrow 5v_0 = 25 \Rightarrow v_0 = 5m/s$$

روش دوم: رسم نمودار $v-t$ از روی نمودار $a-t$

سطح زیر نمودار $v-t$ معرف جابجایی می باشد:



۶۲ - گزینه ۳ حرکت متحرک مطابق شکل زیر است:



ابتدا معادله سرعت جابه جایی را برای مسیر AB می نویسیم و v_1 را به دست می آوریم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1 \Delta x_1 \Rightarrow v_1^2 - 8^2 = 2(-4)(16) \Rightarrow v_1 = 0$$

همین کار را برای مسیر BC انجام می دهیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2 \Delta x_2 \Rightarrow v_2^2 = 2(4)(32) \Rightarrow v_2 = 16m/s$$

از آن جایی که فقط در مسیر BC حرکت تندشونده است، داریم:



$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0 + 16}{2} = 8 \text{ m/s}$$

۶۳ - گزینه ۲ مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. دو متحرک تا قبل از لحظه $t = 4 \text{ s}$ به یکدیگر نخواهند رسید. (چرا؟) حال اگر فرض کنیم دو متحرک در لحظه t' به هم می‌رسند. برای متحرک A داریم:

$$\Delta x_A = \frac{t' + (t' - 4)}{2} \times 16 \Rightarrow x_A - 20 = 16t' - 32 \Rightarrow x_A = 16t' - 12$$

برای متحرک B داریم:

$$v_B = \frac{16 - 6}{10 - 0}t + 6 \Rightarrow v_B = t + 6 \Rightarrow \Delta x_B = \frac{6 + (t' + 6)}{2}t' \Rightarrow x_B - 13.5 = \frac{1}{2}t'^2 + 6t' \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}t'^2 + 6t' + 13.5$$

در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، $x_A = x_B$ خواهد بود داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 16t' - 12 = \frac{1}{2}t'^2 + 6t' + 13.5 \Rightarrow t'^2 - 20t' + 51 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t' = 17 \text{ s} \checkmark \\ t' = 3 \text{ s} \times \end{cases}$$

۶۴ - گزینه ۳ سرعت متحرک در لحظه صفر را v_0 فرض می‌کنیم و سرعت متحرک در لحظه‌های $t = 4 \text{ s}$ و $t = 10 \text{ s}$ به دست می‌آوریم. با توجه به نمودار شتاب - زمان متحرک داریم:

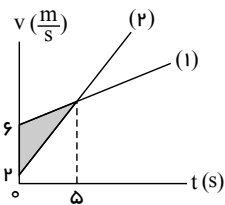
$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_4 = 4 \times 4 + v_0 = 16 + v_0 \\ v_{10} = -4 \times 6 + v_4 = -24 + 16 + v_0 = -8 + v_0 \end{cases}$$

$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} \times \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{16 + v_0 + v_0}{2} \times 4 + \frac{-8 + v_0 + 16 + v_0}{2} \times 6 = 56 + 10v_0$$

$$\Rightarrow 156 = 56 + 10v_0 \Rightarrow 100 = 10v_0 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۶۵ - گزینه ۴



مطابق با نمودار، در لحظه $t = 5 \text{ s}$ ، سرعت دو متحرک یکسان است. از آنجایی که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با مقدار جابه‌جایی متحرک (۱) برابر با مساحت ذوزنقه بزرگ و جابه‌جایی متحرک (۲) برابر با مساحت ذوزنقه کوچک است در نتیجه مساحت بخش هاشورزده برابر با اختلاف جابه‌جایی دو متحرک است:

$$S_{\text{هاشورزده}} = \Delta x_1 - \Delta x_2$$

$$x_{01} = x_{02} \Rightarrow S_{\text{هاشورزده}} = x_1 - x_2$$

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، داریم:

در نتیجه مساحت بخش هاشورزده برابر با فاصله دو متحرک، در لحظه‌ای که سرعت آن‌ها یکسان است، می‌باشد.

$$S_{\text{هاشورزده}} = \frac{(6 - 2) \times 5}{2} = 10 \text{ m}$$

۶۶ - گزینه ۴ نکته: سطح زیر نمودار $a - t$ برابر Δv می‌باشد.

با توجه به نمودار ارایه شده در متن سؤال، مشخص است که شتاب متحرک در بازه‌ی زمانی نشان داده شده همواره مثبت است. برای به دست آوردن علامت سرعت سطح زیر منحنی را در فاصله‌ی زمانی نشان داده شده به دست می‌آوریم.

$$S_{(0-5)} = \Delta v = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta v = 10 \Rightarrow v_5 - v_0 = 10 \Rightarrow v_5 - (-6) = 10 \Rightarrow v_5 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون با بررسی علامت سرعت و شتاب در این بازه‌ی زمانی داریم:

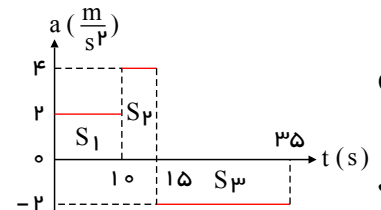
$$\text{کند شونده } \begin{cases} a_0 = 4 > 0 \\ v_0 = -6 < 0 \end{cases} \rightarrow a \cdot v < 0$$

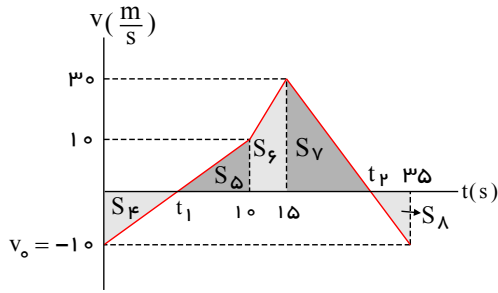
$$\text{تند شونده } \begin{cases} a > 0 \\ v_5 = 4 \end{cases} \rightarrow a \cdot v > 0$$

۶۷ - گزینه ۳ با رسم نمودار سرعت-زمان از روی نمودار شتاب-زمان و بررسی سطح زیر نمودار سرعت زمان می‌توانیم بیشترین فاصله از مبدأ را تعیین کنیم.

سطح زیر نمودار شتاب زمان برابر تغییرات سرعت می‌باشد.

$$\begin{aligned} S_1 &= v_{10} - v_0 \Rightarrow 20 = v_{10} - (-10) \Rightarrow v_{10} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ S_2 &= v_{15} - v_{10} \Rightarrow 20 = v_{15} - 10 \Rightarrow v_{15} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ S_3 &= v_{35} - v_{15} \Rightarrow -40 = v_{35} - 30 \Rightarrow v_{35} = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$





$$\frac{30}{t_p - 15} = \frac{10}{35 - t_p} \Rightarrow t_p = 30s$$

در لحظه $t_p = 30s$ متحرک در بیشترین فاصله از مکان اولیه‌اش (مبداء) قرار دارد.

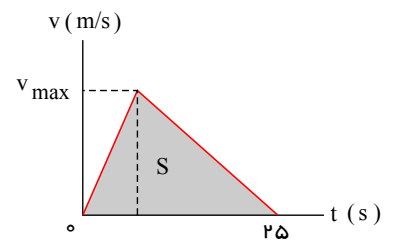
$$d_{max} = -S_f + S_g + S_v = \frac{10 + 30}{2} \times (15 - 10) + \frac{30 \times (30 - 15)}{2} = 325m$$

۶۸ - گزینه ۱

$$\frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \Delta x = S_{\text{مثلث}}$$

$$\Delta x = 10 \times 25 = 250$$

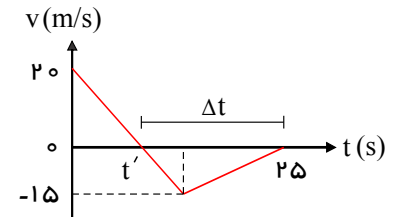
$$\frac{v \times 25}{2} = 10 \times 25 \Rightarrow v = 20 m/s$$



۶۹ - گزینه ۳ سرعت متحرک از لحظه‌ی t' تا $t = 25s$ منفی بوده و متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. برای محاسبه‌ی سرعت متوسط به روش زیر عمل می‌کنیم.

$$\Delta x = -S = -\frac{15 \times \Delta t}{2}$$

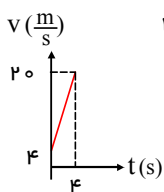
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-15 \Delta t}{2 \Delta t} = -\frac{15}{2} = -7.5 \frac{m}{s} \Rightarrow |\bar{v}| = 7.5 \frac{m}{s}$$



۷۰ - گزینه ۳ برای حل این تست، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول (رسم نمودار سرعت - زمان):

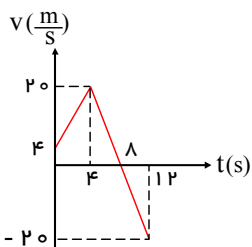
بازه‌ی زمانی $0 < t < 4s$: در این قسمت سرعت اولیه‌ی متحرک $4 \frac{m}{s}$ است. از طرفی با توجه به آنکه اندازه‌ی شتاب متحرک برابر $4 \frac{m}{s^2}$ می‌باشد، در هر ثانیه $4 \frac{m}{s}$ بر سرعت آن افزوده می‌شود و سرعت در پایان ثانیه‌ی چهارم به $20 \frac{m}{s}$ می‌رسد. $(4 + 4 \times 4 = 20 \frac{m}{s})$.

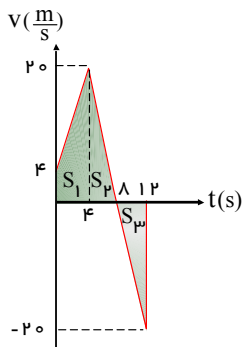


بازه‌ی زمانی $4s < t < 12s$: در این قسمت با توجه به نمودار فوق، سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = 4s$ (یعنی شروع بازه) برابر $20 \frac{m}{s}$ می‌باشد. از طرفی با

توجه به آنکه اندازه‌ی شتاب برابر $-5 \frac{m}{s^2}$ می‌باشد، سرعت متحرک در هر ثانیه $5 \frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد و در $t = 8s$ به صفر می‌رسد و در $t = 12s$ به

$-20 \frac{m}{s}$ می‌رسد. با توجه به این موضوع نمودار کلی سرعت - زمان متحرک عبارت است از:



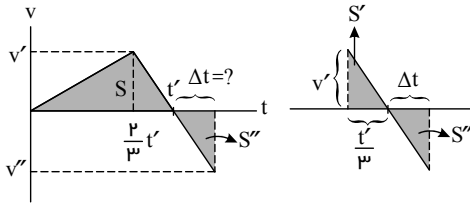


گام دوم (محاسبه ی مسافت طی شده توسط متحرک در بازه ی زمانی $(0 \leq t \leq 12s)$):

می دانیم که مسافت طی شده برابر قدر مطلق سطح زیر نمودار سرعت - زمان است. بنابراین با توجه به نمودار سرعت - زمان مقابل داریم:

$$|S_1| + |S_2| + S_3 = \frac{(20 + 4) \times 4}{2} + \frac{4 \times 20}{2} + \frac{4 \times 20}{2} = 128m$$

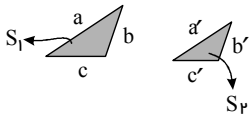
۷۱ - گزینه ۳



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S - S''}{\Delta t} = 0 \rightarrow S = S'' \Rightarrow S'' = \frac{1}{2} v' t'$$

از طرفی ۲ مثلث با مساحت های S' و S'' متشابه هستند.

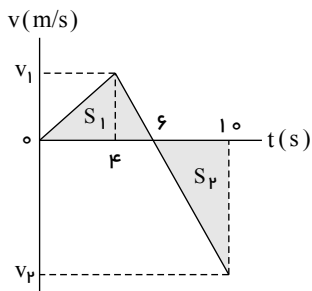
نکته: می دانیم در دو مثلث متشابه



$$\frac{S_1}{S'} = \left(\frac{a}{a'}\right)^2 = \left(\frac{b}{b'}\right)^2 = \left(\frac{c}{c'}\right)^2$$

$$\frac{S''}{S'} = \left(\frac{\Delta t}{t'}\right)^2 \rightarrow \frac{S''}{S'} = \left(\frac{\Delta t}{t'}\right)^2 \rightarrow \Delta t = \frac{\sqrt{3}}{3} t'$$

۷۲ - گزینه ۴



می دانیم که در نمودار سرعت - زمان، مساحت زیر نمودار برابر با جابه جایی است. داریم:

$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{4 \times v_1}{2} = 2v_1$$

$$\Delta x_2 = -S_2 = -\frac{(10 - 4) \times |v_2|}{2} = -3|v_2|$$

$$\ell = S_1 + S_2 = 2v_1 + 3|v_2| = 140 \quad (1)$$

$$\frac{v_1}{4 - 4} = \frac{|v_2|}{10 - 4} \Rightarrow \frac{v_1}{2} = \frac{|v_2|}{4} \Rightarrow |v_2| = 2v_1 \quad (2)$$

$$v_1 = 20 \frac{m}{s} \Rightarrow S_1 = 2v_1 = 2 \times 20 = 40m$$

از طرفی اگر قدر مطلق جابه جایی ها را جمع کنیم، مسافت طی شده به دست می آید.

با توجه به تشابه مثلث می توانیم رابطه دیگری بین v_1 و v_2 به دست آوریم:

به کمک روابط (۱) و (۲) داریم:



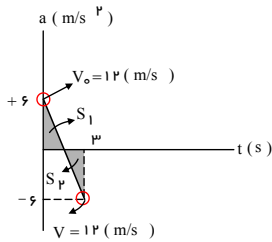
$$|v_p| = 40 \frac{m}{s} \Rightarrow S_p = 2|v_p| = 2 \times 40 = 80m$$

بنابراین:

$$v_{av} = \frac{S_1 - S_p}{\Delta t} = \frac{60 - 80}{10} = -2 \frac{m}{s}$$

۷۳ - گزینه ۱

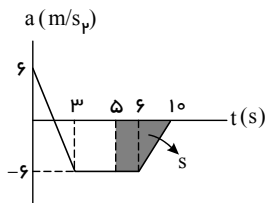
از لحظه $t = 0$ تا $t = 3s$ تغییر سرعت نداریم چون مساحت زیر نمودار در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 3s$ برابر است با:



$$\Delta v = S_1 - S_p = 0 \rightarrow v_{(t=3s)} = v_{(t=0)} = 12m/s$$

با توجه به مفهوم شتاب، پس از $t = 3s$ ، $2s$ طول می کشد تا سرعت متحرک $v = 0$ شود یعنی در $t = 5s$ و از این پس سرعت منفی خواهد بود یعنی در بازه زمانی $3s \leq t \leq 10s$ حال کافی است به کمک مساحت زیر نمودار Δv را در این بازه زمانی بیابیم.

در بازه زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_p = 10s$ داریم:



$$\Delta v = 0 - S = -S = -\frac{1}{2} \times 6 \times (5+1) \rightarrow \Delta v = -18m/s$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-18}{10-5} = -\frac{18}{5} = -\frac{36}{10} \rightarrow a_{av} = -3.6m/s^2$$

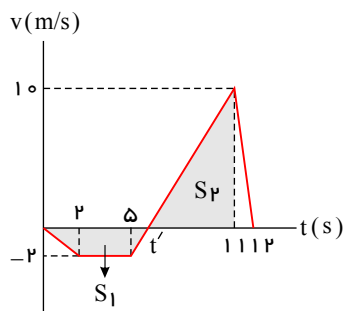
۷۴ - گزینه ۱

سطح زیر نمودار، سرعت - زمان برابر جابجایی می باشد. بنابراین داریم:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{-8 \times 3}{2} + (5+2) \times \frac{8}{2}}{8} = \frac{-12 + 28}{8} = \frac{16}{8} = 2 \frac{m}{s}$$

۷۵ - گزینه ۲ چون در لحظه t' سرعت متحرک صفر می شود و علامت آن عوض می شود پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می دهد. ابتدا با استفاده از تشابه مثلث ها، لحظه ای که سرعت صفر می شود (t') را می یابیم.

$$\frac{2}{t' - 5} = \frac{10}{11 - t'} \Rightarrow t' = 6s$$



با توجه به این که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابجایی متحرک است، جابجایی های متحرک در بازه های صفر تا $6s$ و $6s$ تا $11s$ را می یابیم. داریم:

$$S_1 = \frac{6+3}{2} \times 2 \Rightarrow S_1 = 9m \Rightarrow \Delta x_1 = -9m$$

$$S_p = \frac{6 \times 10}{2} \Rightarrow S_p = 30m \Rightarrow \Delta x_p = 30m$$

متحرک در لحظه $t = 0$ در مکان $x_0 = -8m$ قرار دارد.

مکان متحرک در لحظه $t' = 6s$ برابر است با:



$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 \Rightarrow -9 = x_1 - (-8) \Rightarrow x_1 = -17m$$

مکان متحرک در لحظه $t = 12s$ برابر است با:

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1 \Rightarrow 30 = x_2 - (-17) \Rightarrow x_2 = 13m$$

پس در بازه زمانی مشخص شده، در لحظه $t' = 6s$ متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد. ($|x_1| = 17m$)

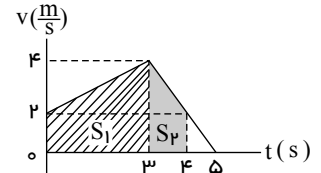
۷۶ - گزینه ۴ با توجه به این که در ۵ ثانیه اول، سرعت ثانویه از سرعت اولیه کم تر است، پس شتاب متوسط در ۵ ثانیه اول منفی است. یعنی:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{-4}{10} = \frac{0 - v_1}{5} \Rightarrow v_1 = 2 m/s$$

حال باید سرعت را در لحظه $t = 4s$ بیابیم، با توجه به این که در بازه $t = 3s$ تا $t = 5s$ حرکت با شتاب ثابت $-2 m/s^2$ است، داریم: ($a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{5 - 3} = -2 m/s^2$)

$$v_0 = 4 m/s$$

$$(t_1 = 3s, t_2 = 5s) v = at + v_0 \xrightarrow{a = -2 m/s^2, t = 1s} v = (-2 \times 1) + 4 = 2 m/s$$



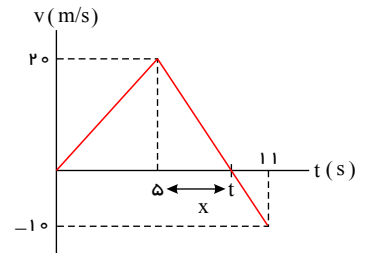
مساحت زیر نمودار ($v - t$) در بازه $(0, 4s)$ جابه جایی متحرک را در این بازه به ما می دهد.

$$S_1 = \frac{(4 + 2) \times 3}{2} = 9m, S_2 = \frac{(2 + 4) \times 1}{2} = 3m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = S_1 + S_2} v_{av} = \frac{12}{4} = 3 m/s$$

۷۷ - گزینه ۴ جهت سرعت، جهت حرکت را نشان می دهد. پس متحرک از لحظه شروع تا t در جهت مثبت و پس از آن در جهت منفی حرکت کرده است. با توجه به اینکه جابجایی = مساحت زیر نمودار است، پس از یافتن t ، جابه جایی متحرک را پیدا می کنیم.

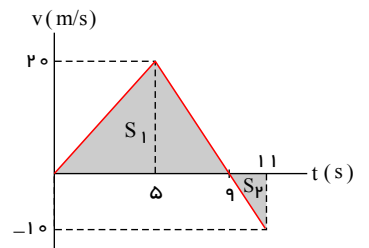
$$\text{شیب خط ثابت} \Rightarrow \frac{-30}{6} = \frac{-20}{x}$$

$$x = 4 \rightarrow t = 9s$$

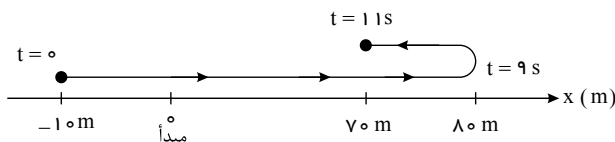


$$S_1 = \frac{9 \times 20}{2} = 90m \Rightarrow \Delta x = 90m$$

$$S_2 = \frac{2 \times (-10)}{2} = -10(m) \Rightarrow \Delta x = -10m$$



با توجه به مکان اولیه متحرک ($x_0 = -10m$) شکل حرکت به صورت زیر رسم می شود و حداکثر فاصله از مبدأ مکان برابر با ۸۰ متر و آن هم در $t = 9s$ است.



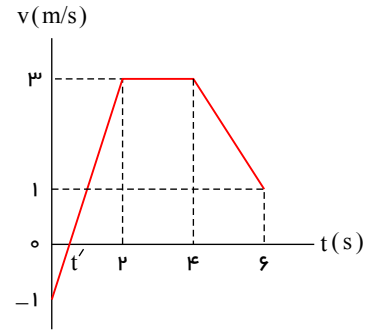
۷۸ - گزینه ۳ با توجه به سرعت اولیه و نمودار شتاب - زمان، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم:



$$0 \leq t \leq 2s: v_1 = a_1 t_p + v_0 = 2 \times 2 + (-1) \Rightarrow v_1 = 3 \frac{m}{s}$$

$$2 \leq t \leq 4s: a_p = 0 \Rightarrow v_p = v_1 = 3 \frac{m}{s}$$

$$4 \leq t \leq 6s: v_p = a_p t_p + v_p = (-1) \times 2 + 3 \Rightarrow v_p = 1 \frac{m}{s}$$



حال به کمک تشابه مثلث‌ها، لحظه t' را می‌یابیم:

$$\frac{1}{t'} = \frac{3}{2 - t'} \Rightarrow t' = 0.5s$$

زمانی حرکت متحرک تندشونده است که تندى آن در حال افزایش باشد و تندى متحرک زمانی در حال افزایش است که نمودار سرعت - زمان آن از محور زمان در حال دور شدن باشد. بنابراین طبق نمودار در بازه زمانی ۰.۵s تا ۲s یعنی به مدت ۱.۵s حرکت متحرک به صورت تندشونده است.

۷۹ - گزینه ۱ ابتدا جابه‌جایی متحرک را در مدت ۲.۰s محاسبه می‌کنیم. در ۱ ثانیه ابتدایی حرکت، داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_0 t_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 1.0^2 + 0 \times 1.0 \Rightarrow \Delta x_1 = 0.5m$$

سرعت متحرک در لحظه $t_1 = 1.0s$ برابر است با:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 1 \times 1.0 + 0 \Rightarrow v_1 = 1.0 \frac{m}{s}$$

جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی ۱.۰s تا ۲.۰s برابر است با:

$$\Delta x_p = \frac{1}{2} a_p t_p^2 + v_1 t_p = \frac{1}{2} \times (-2) \times 1.0^2 + 1.0 \times 1.0 \Rightarrow \Delta x_p = 0$$

بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_p}{t_p} = \frac{0.5 + 0}{2.0} \Rightarrow v_{av} = 0.25 \frac{m}{s}$$

۸۰ - گزینه ۴ ابتدا سرعت‌ها در لحظات تغییر شتاب را به دست می‌آوریم:

$$v_p = v_0 + \Delta v$$

$$v_p = v_0 - S_1 = 4 - 2 \times 4 = -4 \frac{m}{s}$$

$$v_A = v_p - 4 \frac{m}{s}$$

$$v_{1.0} = v_A + S_p = -4 + 4 \times 2 = 4 \frac{m}{s}$$

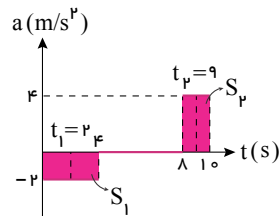
حال لحظاتی که سرعت صفر می‌شود را پیدا می‌کنیم.

$$0 < t < 4 \Rightarrow \Delta v = -S \Rightarrow 0 - 4 = -2t_1 \Rightarrow t_1 = 2s$$

$$4 < t < 10 \Rightarrow \Delta v = +S$$

$$v - v_A = +S \Rightarrow 0 - (-4) = 4 \times \Delta t$$

$$\Delta t = 1s \Rightarrow t - 4 = 1 \Rightarrow t = 5s$$



حرکت کندشونده یعنی $av < 0$

$$0 < t < 2 \Rightarrow v > 0, a < 0 \Rightarrow av < 0$$

$$\Delta x_1 = \frac{v_0 + v_1}{2} \times \Delta t = \frac{4 + 0}{2} \times 2 = 4m$$

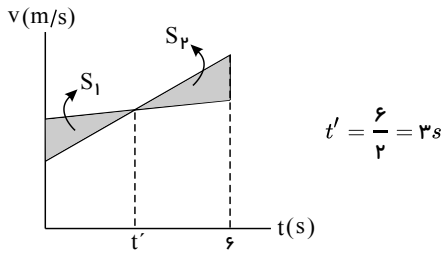
$$4 < t < 9 \Rightarrow v < 0, a > 0 \Rightarrow av < 0$$

$$\Delta x_p = \frac{v_A + v_9}{2} \times \Delta t = \frac{-4 + 0}{2} \times 1 = -2m$$

$$L = |\Delta x_1| + |\Delta x_p| = 4 + 2 = 6m$$



۸۱ - گزینه ۲ مطابق شکل در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند $S_1 = S_2$ است. بنابراین:



شتاب متحرک B برابر است با:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16 - 10}{3} = 2 \text{ m/s}^2$$

۸۲ - گزینه ۳ باتوجه به اینکه نمودار $x - t$ ، دو متحرک خط راست می‌باشد در نتیجه هر دو حرکت با سرعت ثابت انجام می‌دهند. پس ابتدا معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم و مختصات نقاط داده شده را در آنها جایگذاری می‌کنیم:

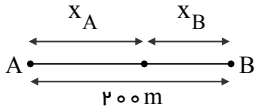
$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \\ x_B = v_B t + x_{0B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 650 = v_A \times 30 + x_{0A} \\ 600 = v_B \times 30 + x_{0A} + 430 \end{cases}$$

با کم کردن دومعادله از یکدیگر داریم:

$$50 = 30(v_A - v_B) - 430 \Rightarrow 480 = 30(v_A - v_B) \Rightarrow v_A - v_B = 16 \frac{m}{s}$$

۸۳ - گزینه ۳

باتوجه به شکل زیر، چون اندازه جابه‌جایی متحرک A دو برابر اندازه جابه‌جایی متحرک B می‌باشد، اگر اندازه جابه‌جایی را با x نشان دهیم، داریم:



$$\frac{x_A}{x_B} = 2 \Rightarrow x_A = 2x_B$$

$$x_A + x_B = 200 \Rightarrow x_A + \frac{x_A}{2} = 200 \Rightarrow x_A = \frac{400}{3} m$$

تندی را با نماد v ، زمان را با t و شتاب متوسط را با $\bar{a}$ نشان می‌دهیم. حال مدت زمان رسیدن دو متحرک به یکدیگر را می‌یابیم:

$$x_A = v_A t \Rightarrow \frac{400}{3} = v_A t \Rightarrow t = \frac{400}{3v_A}$$

حال باتوجه به زمان رسیدن دو متحرک به یکدیگر و برابر بود تندی آن‌ها در آن لحظه، داریم:

$$\bar{a}_B = \frac{v_B - 0}{t} = \frac{v_A - v_B}{t} = \frac{v_A - 0}{\frac{400}{3v_A}} = \frac{3v_A^2}{400} = 3$$

$$\Rightarrow v_A^2 = 400 \Rightarrow v_A = 20 \frac{m}{s}$$

۸۴ - گزینه ۴ در ابتدا متحرک A به دلیل سرعت کم‌تر از متحرک B عقب می‌افتد. جابه‌جایی متحرک‌ها را تا لحظه $t = 11s$ به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \Delta x_A = \frac{2 + 12}{2} \times 5 + 12 \times (11 - 5) = 35 + 72 = 107m \\ \Delta x_B = 10 \times 11 = 110m \end{cases}$$

در لحظه $t = 11s$ متحرک A هنوز به متحرک B نرسیده است و $3m$ از آن عقب‌تر است. فرض می‌کنیم در مدت t_0 بعد از لحظه $t = 11s$ ، متحرک A به B برسد.

$$a_B = \frac{0 - 10}{16 - 11} = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$\begin{cases} \Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t_0^2 + v_{0B} t_0 = -t_0^2 + 10t_0 \\ \Delta x_A = v_A t_0 = 12t_0 \end{cases}$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B + 3 \Rightarrow 12t_0 = (-t_0^2 + 10t_0) + 3$$

$$\Rightarrow t_0^2 + 2t_0 - 3 = 0 \Rightarrow t_0 = 1s$$

بنابراین A در لحظه $t' = t_0 + 11s$ یعنی در لحظه $t' = 12s$ به B می‌رسد.

۸۵ - گزینه ۳ در $t = 2s$ سرعت دو متحرک یکسان است.

$$a_A = a \quad a_B = -a$$

$$A: \Delta x = vt - \frac{1}{2} a_A t^2 \Rightarrow x - 5 = v \times 2 - \frac{1}{2} a \times 4$$



$$B: \Delta x = vt - \frac{1}{2}a_B t^2 \Rightarrow x + 15 = v \times 2 - \frac{1}{2}(-a) \times 4$$

$$\Rightarrow 20 = 2a + 2a \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

۸۶ - گزینه ۴

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{v_0 A = 0, v_0 B = 0} \begin{cases} x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + x_{0A} \\ x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + x_{0B} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{t=2s} \frac{1}{2}a_A \times 2^2 + x_{0A} = \frac{1}{2}a_B \times 2^2 + x_{0B}$$

$$\xrightarrow{x_{0B} - x_{0A} = 15m} 2(a_A - a_B) = 15$$

$$\Rightarrow a_A - a_B = \frac{15}{2} \text{ m/s}^2 \xrightarrow{v=at+v_0, v_0 A = v_0 B = 0} \begin{cases} v_A = a_A t \\ v_B = a_B t \end{cases}$$

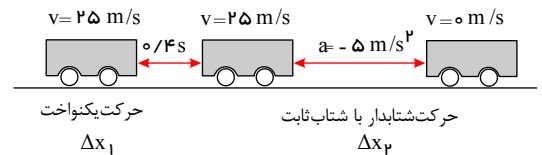
$$\Rightarrow v_A - v_B = (a_A - a_B)t \xrightarrow{v_A - v_B = 12 \text{ m/s}} 12 = \frac{15}{2}t$$

$$\Rightarrow t = \frac{24}{15} = \frac{8}{5} = 1,6 \text{ s}$$

۸۷ - گزینه ۱ در مدت ۰,۴s اتومبیل با سرعت ثابت (حرکت یکنواخت) و پس از آن با شتاب ثابت کندشونده حرکت می کند.

$$v_0 = 90 \div 3,6 = 25 \text{ m/s}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = v_1 \Delta t_1 + \left| \frac{v_0^2}{2a} \right| = 25 \times 0,4 + \left| \frac{25^2}{2 \times 5} \right| = 72,5$$



بنابراین از لحظه‌ای که راننده مانع را در ۸۰ متری خود می بیند تا توقف کامل ۷۲,۵m جابه‌جا می شود. در نتیجه اتومبیل در ۷,۵ متری مانع می ایستد.

۸۸ - گزینه ۲ اتومبیل از حالت سکون ($v_0 = 0$) با شتاب ثابت a_1 در مسیر مستقیم شروع به حرکت می کند و پس از مدتی بزرگی سرعت آن به v می رسد پس از آن اتومبیل در همان جهت با شتاب ثابت a_2 حرکت خود را کند می کند تا پس از مدت زمانی سرعت آن به صفر برسد.

$$\text{مرحله ی اول حرکت: } v^2 - v_0^2 = 2a_1 \Delta x_1 \Rightarrow v^2 - 0 = 2a_1 \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v^2}{2a_1}$$

$$\text{مرحله ی دوم حرکت: } v_1^2 - v^2 = 2a_2 \Delta x_2 \Rightarrow 0 - v^2 = 2a_2 \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{-v^2}{2a_2}$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = 4\Delta x_2 \Rightarrow \frac{v^2}{2a_1} = -4 \frac{v^2}{2a_2} \Rightarrow |a_2| = 4|a_1|$$

۸۹ - گزینه ۳ می توان نشان داد لحظه‌ای که این دو متحرک به هم می رسند، دو برابر لحظه‌ای است که سرعت‌های آن‌ها یکسان است یعنی در $t = 8$ به هم می رسند.

$$v_A = v_1$$

$$v_B = v_2 + at_1 \Rightarrow v_A = v_B \Rightarrow at_1 = v_1 - v_2$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow v_1 t_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_2 t_2$$

$$v_1 = \frac{1}{2}at_2 + v_2 \Rightarrow \frac{1}{2}at_2 = v_1 - v_2 \Rightarrow \frac{1}{2}at_2 = at_1 \Rightarrow t_2 = 2t_1 = 8(s)$$

۹۰ - گزینه ۳ با توجه به تعریف شتاب متوسط می توان نوشت:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}_1 + \Delta \vec{v}_2}{\Delta t} = \frac{(\vec{a}_{av})_1 \Delta t_1 + (\vec{a}_{av})_2 \Delta t_2}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{av} = \frac{(+10\vec{i}) \times 10 + (-0,5\vec{i}) \times 20}{30} = \frac{100\vec{i} - 10\vec{i}}{30} \Rightarrow \vec{a}_{av} = \frac{90\vec{i}}{30} = +3\vec{i} \left(\frac{m}{s^2} \right)$$



$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15}{t_1} = 20 \Rightarrow t_1 = \frac{3}{4}(s)$$

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5}{\frac{3}{4}} = \frac{20}{3} m/s^2$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2} \times 20 \times t^2 + 0 = \frac{1}{2} \times \frac{20}{3} t^2 + 10t$$

$$10t^2 = \frac{10}{3}t^2 + 10t \Rightarrow \frac{20}{3}t^2 = 10t \Rightarrow t = \frac{3}{2}(s)$$

دو متحرک در $t = \frac{3}{2}s$ به هم می‌رسند.

$$\Delta x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times 20 \times \frac{9}{4} + 0 = \frac{90}{4} = 22.5$$

$$v_B = 10 \quad a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2 m/s^2$$

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_A = t^2 + 0 + 100 = t^2 + 100$$

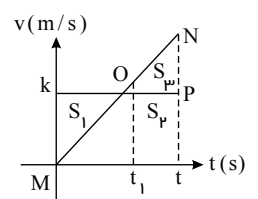
$$x_B = vt + x_0 = 10t + 175$$

$$x_A = x_B \Rightarrow t^2 + 100 = 10t + 175 \Rightarrow t^2 - 10t - 75 = 0$$

$$(t - 15)(t + 5) = 0 \Rightarrow t = 15$$

$$x_B = x_A = 10t + 175 = 150 + 175 = 325m$$

$$V_B = \frac{\Delta N}{\Delta t} \Rightarrow 6 = \frac{240}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 40s$$



یعنی دو متحرک بعد از گذشت $40s$ دوباره به یکدیگر می‌رسند. در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، جابه‌جایی آن‌ها با یکدیگر برابر می‌شود. از طرف دیگر می‌دانیم زیر نمودار سرعت - زمان بیانگر جابه‌جایی است.

$$\begin{cases} \Delta x_A = S_3 + S_4 \\ \Delta x_B = S_1 + S_2 \rightarrow S_1 = S_2 \\ \Delta x_A = \Delta x_B \end{cases}$$

پس ۲ مثلث OKM و ONP مشابه بوده و مساحت آن‌ها برابر است. پس $OP = OK$ می‌باشد. بنابراین t_1 نصف t است.

$$t_1 = \frac{t}{2} = \frac{40}{2} = 20s$$

$$v_0 = 20 + 10 = 30 m/s \text{ سرعت اولیه نسبی}$$

$$v = 0 \text{ سرعت نهایی نسبی}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 900 = 2a \times 100$$

$$a_{\text{نسبی}} = 4.5 \frac{m}{s^2} \Rightarrow a_A = a_B = \frac{a}{2} = 2.25 m/s^2$$



راه حل دوم: اگر مبدأ را محل حرکت A و جهت مثبت را به سمت راست فرض کنیم:



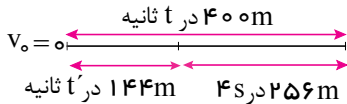
$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -\frac{1}{2}at^2 + 10t \\ x_B = \frac{1}{2}at^2 - 20t + 100 \end{cases}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow -\frac{1}{2}at^2 + 10t = \frac{1}{2}at^2 - 20t + 100 \Rightarrow at^2 - 30t + 100 = 0$$

شرط عدم برخورد آن است که این معادله ریشه نداشته باشد.

$$\Delta < 0 \Rightarrow 900 - 400a < 0 \Rightarrow a > 2.25 \Rightarrow a_{\min} = 2.25 \text{ m/s}^2$$

۹۵ - گزینه ۴ پله اول: به شکل زیر نگاه کنید.



چون سرعت اولیه برابر صفر است، با توجه به رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ می‌توانیم نسبت زیر را بنویسیم:

$$\frac{\Delta x'}{\Delta x} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2$$

پله دوم: با توجه به شکل بالا، t' برابر $t - 4$ ثانیه، $\Delta x = 400 \text{ m}$ و $\Delta x' = 144 \text{ m}$ است:

$$\frac{144}{400} = \left(\frac{t-4}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{20} = \frac{t-4}{t} \Rightarrow t = 10 \text{ s}, t' = 10 - 4 = 6 \text{ s}$$

پله سوم: سرعت متوسط در 144 m اول مسیر را می‌خواهد:

$$v_{av[0-6]} = \frac{\Delta x'}{t'} = \frac{144}{6} \Rightarrow v_{av[0-6]} = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۹۶ - گزینه ۱ پله اول: برای این که دو قطاری که از روبه‌رو در حال نزدیک شدن به یکدیگرند کاملاً از کنار هم عبور کنند باید مجموع اندازه جابه‌جایی‌های آن‌ها برابر با جمع فاصله میان دو قطار و طول آن‌ها باشد. یعنی:

$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| = \overset{\text{طول قطار A}}{\underset{\uparrow}{L_A}} + \overset{\text{طول قطار B}}{\underset{\uparrow}{L_B}} \xrightarrow{L_A=200\text{m}, L_B=300\text{m}} |\Delta x_A| + |\Delta x_B| = 2500 \text{ m} \quad (1) \text{ رابطه}$$

پله دوم: با توجه به این که حرکت متحرک B دوقسمتی است سرعت متحرک B و همچنین اندازه جابه‌جایی دو متحرک را تا لحظه $t = 10 \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$v_B = at + v_{0B} \xrightarrow{v_{0B}=0} v_B = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \Delta x_{B_1} = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{a=2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Delta x_{B_1} = 100 \text{ m}$$

$$\Delta x_{A_1} = 20t \xrightarrow{t=10\text{s}} \Delta x_{A_1} = 2000 \text{ m}$$

مجموع جابه‌جایی و متحرک تا لحظه $t = 10 \text{ s}$ ، 300 m متر است. بنابراین باید 2200 m متر دیگر طی کنند.

پله سوم: مجموع اندازه جابه‌جایی دو متحرک را پس از $t = 10 \text{ s}$ برابر 2200 قرار می‌دهیم.

$$|\Delta x_{A_2}| + |\Delta x_{B_2}| = 2200 \Rightarrow 20(t-10) + 20(t-10) = 2200 \Rightarrow 40(t-10) = 2200 \Rightarrow t = 65 \text{ s}$$

۹۷ - گزینه ۲ سرعت نسبی دو متحرک $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و اگر برخورد نداشته باشیم سرعت نسبی در لحظه به هم رسیدن صفر است.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 100 = 2a(50)$$

$$a = -1 \text{ m/s}^2$$

۹۸ - گزینه ۲ چون نمودار سرعت - زمان هر دو متحرک به صورت خط راستی با شیب غیر صفر است، بنابراین شتاب حرکت متحرک‌های A و B ثابت است و بنابراین معادله سرعت - زمان آن‌ها به صورت زیر است:

$$v_A = a_A t + v_{0A} = 3t + 0 \Rightarrow v_A = 3t$$

$$v_B = a_B t + v_{0B} = 1.5t + 7.5 \Rightarrow v_B = 1.5t + 7.5$$

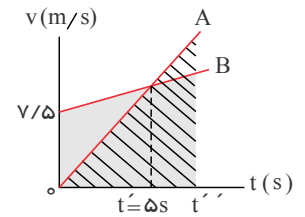
در لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر می‌شود، داریم:

$$v_A = v_B \Rightarrow 3t' = 1.5t' + 7.5 \Rightarrow t' = 5 \text{ s}$$

برای به دست آوردن لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، چون مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است و این دو متحرک بدون تغییر جهت حرکت می‌کنند، داریم:



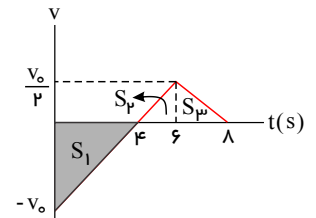
$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{t'' \times 3t''}{2} = \frac{7.5 + (1.5t'' + 7.5)}{2} t'' \Rightarrow t'' = 1.0 \text{ s}$$



به عنوان تمرین، با استفاده از معادله مکان-زمان دو متحرک A و B، لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند را محاسبه کنید.

۹۹ - گزینه ۳ ابتدا لحظه‌ای که نمودار سرعت-زمان محور زمان را قطع می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$\frac{\frac{v_0}{2}}{\frac{v_0}{2}} = \frac{6-t'}{t'} \Rightarrow 12-2t' = t' \Rightarrow t' = 4 \text{ s}$$



در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 4 \text{ s}$ و بازه زمانی $t = 6 \text{ s}$ تا $t = 8 \text{ s}$ نوع حرکت متحرک کندشونده است. از طرفی مساحت محصور بین نمودار سرعت-زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است، بنابراین مسافت پیموده شده توسط متحرک در این مدت برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} \ell_1 = S_1 + S_2 &= \frac{v_0 \times 4}{2} + \frac{\frac{v_0}{2} \times 2}{2} = \frac{5}{2} v_0 \\ \ell_2 = S_3 &= \frac{\frac{v_0}{2} \times (8-6)}{2} = \frac{v_0}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{\frac{v_0}{2}}{\frac{5}{2} v_0} = \frac{1}{5}$$

۱۰۰ - گزینه ۳ طبق نمودار زمانی که متحرک در مکان $x = -9 \text{ m}$ قرار دارد، سرعت آن برابر با صفر است. با توجه به معادله سرعت-جابه‌جایی داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_1 \xrightarrow{v_1=0, v_2=12 \text{ m/s}} 144 - 0 = 2a \times 36 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x_1 = 27 - (-9) = 36 \text{ m}$$

حال با استفاده دوباره از معادله سرعت-جابه‌جایی، داریم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2 \xrightarrow{v_1=0, v_0=?, a=2 \text{ m/s}^2} 0 - v_0^2 = 2 \times 2 \times (-9) \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

$$\Delta x_2 = -9 - 0 = -9 \text{ m}$$